

**ELABORACIÓN DE UNA GUÍA DE MODELOS Y PROCEDIMIENTOS PARA EL
DISEÑO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES ACORDE A LA NSR-10
COLOMBIANA - PRIMERA PARTE – VIGAS DE CONCRETO REFORZADO**

YAMITH ALFONSO CANTILLO MIER

**UNIVERSIDAD DE LA COSTA
FACULTAD DE INGENIERIAS
PROGRAMA DE INGENIERIA CIVIL
BARRANQUILLA**

2013

**ELABORACIÓN DE UNA GUÍA DE MODELOS Y PROCEDIMIENTOS PARA EL
DISEÑO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES ACORDE A LA NSR-10
COLOMBIANA - PRIMERA PARTE – VIGAS DE CONCRETO REFORZADO**

YAMITH ALFONSO CANTILLO MIER

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de Ingeniero Civil

**ASESOR:
JORGE BUZON OJEDA**

**UNIVERSIDAD DE LA COSTA
FACULTAD DE INGENIERIAS
PROGRAMA DE INGENIERIA CIVIL
BARRANQUILLA**

2013

NOTA DE ACEPTACIÓN

Residente del jurado

Jurado

Jurado

Barranquilla, 02 de septiembre de 2013.

DEDICATORIA

A Dios en primer lugar por haberme permitido llevar a cabo este proyecto a satisfacción y total salud.

A mis padres, quienes me apoyan en todo momento y en esta nueva etapa de mi vida.

A los docentes e ingenieros que me han enseñado todo lo que sé, y que se llevan toda mi admiración.

A todos los estudiantes del programa, para quienes les podrá ser muy útil este proyecto.

YAMITH A. CANTILLO MIER

AGRADECIMIENTOS

Este espacio lo he reservado para comentar mi gratitud a las personas que me apoyaron durante el desarrollo de esta investigación.

Al ingeniero y docente Jorge Buzón Ojeda, quien me ayudo en todo lo necesario para la realización de este proyecto que desde su inicio hasta el momento de la entrega estuvo presente para corregirme lo necesario para poder ejecutar un buen proyecto.

Agradezco la ayuda de los docentes y compañeros colaboradores en la redacción y transcripción de este proyecto, apoyo muy importante para la realización y culminación eficaz.

A mi familia, que en todo momento se han manifestado de manera valiosa con todo su respaldo y aliento.

Y a todos aquellos que hicieron posible la ejecución de este proyecto.

RESUMEN

El tema de tesis de este proyecto, se ha desarrollado con la finalidad de servir de material didáctico a todos aquellos estudiantes que pretender iniciarse en el uso de modelos para el diseño de estructuras de concreto reforzado, en este caso el diseño de las vigas de concreto.

La guía elaborada con este fin se encuentra ubicada como producto final de esta investigación en el anexo A de este documento; la cual se encuentra dividida en seis capítulos correspondientes en primera instancia a una introducción del diseño estructural; en el capítulo 2°, se explica lo que es el concreto reforzado y los materiales que a este involucran; en el capítulo 3°, se presenta una breve reseña histórica de la evolución que han tenido los métodos de diseño estructural así como los fundamentos necesarios para la aplicación de los mismos. En el capítulo 4°, se describe el método de diseño utilizado por la NSR-10 referente a la flexión del elemento viga; en el capítulo 5° se explica el diseño a cortante y lo que a este involucra y finalmente en el capítulo 6°, se muestra lo relacionado con el detallamiento del refuerzo en los diseños realizados. Además en cada capítulo se presenta una variedad de ejemplos explicados paso a paso, para que cada estudiante se involucre de una manera más sencilla con lo relacionado al diseño estructural de una viga de concreto reforzado.

Palabras claves: Modelos, concreto reforzado, viga, estructura, métodos, flexión, cortante, refuerzo.

ABSTRACT

The thesis topic of this project has been developed with the aim of teaching materials are used to all students who expect to start in the use of models for the design of reinforced concrete structures, in this case the design of concrete beams .

The guide developed for this purpose is located as the final product of this research in Annex A of this document which is divided into six chapters in the first instance to an introduction of the structural design, in the 2nd chapter explains what is the reinforced concrete and materials to this involved, in the 3rd chapter, it present a brief history of the evolution that have structural design methods and the fundamentals needed to implement them. In the 4th chapter describes the design method used by the NSR-10 concerning the deflection of the beam, in the 5th chapter explains the design shear and what this involves and finally in Chapter 6 °, shown it relates to the detailing of reinforcement in the design made. In addition, each chapter presents a variety of examples explained step by step, so that each student engages in a simpler way so related to the structural design of reinforced concrete beam.

Keywords: Models, reinforced concrete beam, structure, methods, bending, shear reinforcement.

TABLA DE CONTENIDO

	PAG.
INTRODUCCIÓN	10
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	12
2. JUSTIFICACIÓN	14
3. OBJETIVOS	15
3.1 OBJETIVO GENERAL	15
3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS	15
4. DELIMITACIONES	16
4.1 DELIMITACIÓN TEMPORAL	16
4.2 DELIMITACIÓN ESPACIAL	16
5. LIMITACIONES	17
6. MARCO REFERENCIAL	18
6.1 MARCO DE ANTECEDENTES	18
6.2 MARCO TEÓRICO	19
6.3 DEFINICIÓN DE TÉRMINOS	43
6.4 FORMULACIÓN DE HIPOTESIS	44
6.4.1 Operacionalización de variables	44
7. DISEÑO METODOLÓGICO	45
7.1 MÉTODO	45
7.2 TIPO DE INVESTIGACIÓN	45
7.3 TÉCNICA DE RECOLECCION DE LA INFORMACIÓN	45
7.3.1 Técnica de recolección de la información primaria	45
7.3.2 Técnica de recolección de la información secundaria	45
7.4 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN	45
8. RESULTADOS	46
RECOMENDACIONES	47
BIBLIOGRAFIA	48
ANEXOS	49

A. GUIA PARA EL DISEÑO DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO DE ACUERDO A LA NSR – 10 COLOMBIANA	49
B. TABLAS COEFICIENTES DE RESISTENCIA A LA FLEXIÓN “ R_n ” DE SECCIONES RECTANGULARES CON REFUERZO A LA TRACCIÓN	223

INTRODUCCIÓN

Uno de los mayores problemas que afronta la comunidad estudiantil de ingeniería civil, así como los estudiantes en general de la universidad, es la problemática de no poseer documentos de referencia, en el cual se pueda conseguir información práctica y sencilla que le sea de apoyo en los procesos de aprendizajes de sus asignaturas específicas.

Para el caso de estudiantes de ingeniería civil, específicamente en el diseño estructural es importante que éstos puedan contar con material de referencia y bibliográfico que les permita realizar sus proyectos de aula y proyectos en general, con conceptos claros y precisos propios del ejercicio de prácticas en el diseño de estructuras de concreto reforzado.

Este trabajo consiste en realizar un estudio y análisis detallado de las especificaciones que se encuentran consignadas en la NSR – 10 para el diseño de estructuras de concreto; centrándose en el análisis y estudio de los elementos más comunes y esenciales en toda estructura de concreto, como lo son las vigas de concreto reforzado, además de disponer detalles y modelos de ejemplo que puedan usarse en las jornadas de estudio.

Atendiendo lo antes descrito, se busca dar solución a esta problemática de tal forma que los estudiantes del programa de ingeniería civil, que están descubriendo esta práctica ingenieril del diseño estructural, se beneficien de la mejor manera y puedan perfeccionar su aprendizaje durante el curso de las asignaturas de análisis y diseño de estructuras, por lo que con este proyecto titulado: “ELABORACIÓN DE UNA GUÍA DE MODELOS Y PROCEDIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES, ACORDE A LA NSR-10 COLOMBIANA - VIGAS DE CONCRETO REFORZADO”, en el cual realizo un esquema de como debe diseñarse ciertos elementos de concreto reforzado, que hagan parte de un sistema estructural, como lo son las vigas o elementos horizontales, apoyando así a todo estudiante que inicia su aprendizaje en el área de diseño y pueda mejorar el conocimiento adquirido en un salón de clases.

Por lo escrito anteriormente la elaboración de este proyecto, tiene como producto final una guía dividida en varios capítulos, que ayuden a una mejor interpretación de cada uno de los elementos estructurales dentro del alcance del proyecto, realizando un análisis detallado de las metodologías de diseño existente en la actualidad y aprobadas por las normas vigentes que se aplican en nuestro país; es decir, la idea es explicar desde lo mas sencillo para ir avanzando hacia lo más complejo, pero siempre llevando los conceptos claros, para que cada estudiante que utilice este documento, no se sienta “perdido” cuando de diseñar una viga estructural se hable y pueda realizar sus propios diseños, con esta, una guía paso a paso.

Ahora bien, esta guía de procedimientos para el diseño de vigas de concreto reforzado será el resultado de la aplicación de todo lo descrito en la sección 5 del presente proyecto; es decir, un producto final caracterizado por los conceptos teóricos esenciales para el desarrollo de la práctica del diseño. Lo que se busca es plasmar lo explicado anteriormente, mostrando la guía paso a paso en varios ejercicios de aplicación que ayuden al estudiante a mejorar sus conocimiento en el tema y además les muestra ciertas pausas para la presentación de un simple diseño que le será de mucha utilidad cuando se dedique a realizar ejercicios, producto de lo estudiado en clase.

Este producto se encuentra consignado al final de este documento en la sección de anexos titulado; “GUIA PARA EL DISEÑO DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO DE ACUERDO A LA NSR – 10 COLOMBIANA”. Muestra final de una cartilla de procedimientos que puede dar inicio a cualquier libro de ingeniería estructural.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En algunas de las instituciones de educación superior dedicadas a la enseñanza de la ingeniería han tenido un problema basado en el aprendizaje de los estudiantes, y no por el método que empleen para enseñar, sino por la bibliografía utilizada o suministrada a los mismos para que amplíen sus conocimientos fuera del aula de clase.

Probablemente existen muchos libros de ingeniería que manejan las materias específicas de cada profesión con diferentes metodologías de explicación, que muy posiblemente la mayoría de los estudiantes no entiende, sea por el lenguaje de redacción del autor y más aún cuando se inicia el periodo de asignaturas principales de ingeniería.

Buscando soluciones a esta problemática, a lo largo de los años se han publicado diferentes tipos de cuadernillos de desarrollo práctico para diversas especificaciones y normativa existente en nuestro país que ayudan a muchos de los estudiantes a desarrollar algunos de los procesos prácticos vistos en una carrera de ingeniería. Sin embargo muchos son muy complejos y no abarcan lo último en normativas.

Centrándome en este caso particular, el diseño de estructuras de concreto reforzado para estudiantes de ingeniería civil, muchos de los libros existentes en la actualidad no están basados en la Norma Sismo Resistente Colombiana 2010, la cual es la normativa principal para cualquier tipo de diseño estructural en nuestro país lo que conlleva a muchos estudiantes a comparar la normativa utilizada en dichos libros con la NSR-10, lo que podría llevar a muchas interrogantes por parte de los aprendices.

Es lógico suponer que en el futuro seguirán publicando libros de diseño basados en las normativas actuales que serán de mucha utilidad a aquellos que desean aprender el arte del diseño y que muy posiblemente mejoren su rendimiento académico durante el periodo de pregrado.

El desarrollo de un ejercicio al momento de aplicar una evaluación o un taller en clases, para todos los estudiantes del área de diseño estructural, es una actividad que se perfecciona con la repetición de ejemplos y la diversidad que en ellos podemos encontrar y si no se hace de esa manera, muy probablemente no se aprenderá de forma eficaz lo explicado en clase teórica.

Tal vez la constante de seguir utilizando los mismos libros teóricos para la aplicación de ejercicios y no tener una guía esencial hecha por estudiantes para estudiantes, estaremos encaminados a seguir cometiendo los mismos errores, que sólo alguna vez y con mucha dedicación lo mejoraremos académicamente.

Por lo visto en el planteamiento del problema anterior se pueden plantear las siguientes interrogantes:

- 1 ¿Cómo utilizar la normas vigentes en el diseño de estructuras de concreto reforzado para la elaboración de una guía de modelos de procedimientos de diseño?
- 2 ¿Cómo comparar las especificaciones dadas por la NSR-10 con los conceptos mostrados en los libros que permitan elaborar un diseño estructural eficaz?
- 3 ¿Cuáles son los conceptos necesarios que conllevan al buen planteamiento de ejercicios de diseño de estructuras?
4. ¿Cómo organizar de manera adecuada y sencilla el procedimiento de diseño que permita un fácil manejo por parte de los estudiantes?

2. JUSTIFICACIÓN

Es sabido que no todos los estudiantes tienen la capacidad de perfeccionar su estudio con simplemente una explicación en clase, el trabajo fuera de él es de mayor importancia; ya que te obliga al constante desarrollo de los ejercicios y te complementa lo aprendido en el aula. Sin embargo ese aprendizaje fuera del salón de clase debe estar apoyado con un material de trabajo, que facilite los procedimientos, la explicación y ejecución de ejercicios ligados al diseño de estructuras de concreto reforzado. Es allí donde aplica este proyecto, entregando un material que conlleve al aprendizaje de los estudiantes de ingeniería civil fuera del aula por medio de una cartilla de procedimientos y desarrollo de ejercicios de diseño estructural.

El manejo de una cartilla de procedimientos para el diseño estructural hace más efectivo el complemento de conocimientos adquiridos durante unas horas de clase y facilita el aprendizaje de cada estudiante que utilice este material.

Es conveniente que cada estudiante adquiera de una manera sencilla una herramienta que los motive a mejorar sus conocimientos en el área estructural, aprendiendo cada tema como si estuviera practicando en clase, asumiendo una explicación clara y concisa de lo que debe ejecutarse en cada tipo de ejercicio; teniendo en cuenta, el tipo de estructura y la metodología a utilizar para realizar un diseño eficaz.

De tener éxito el presente proyecto, podría convertirse en un modelo a seguir para todos los estudiantes de ingeniería que se encuentren ejecutando asignaturas relacionadas al diseño de sistemas estructurales como losas de concreto, columnas y estructuras de cimentación. Además puede ser una buena práctica para ser replicada en las diversas asignaturas que se cursan a lo largo de la carrera profesional.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Elaborar una guía de modelos y procedimientos para el diseño de elementos estructurales, acorde al reglamento sismoresistente NSR-10 colombiano en vigas de concreto reforzado.

3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Comparar las especificaciones dadas por la NSR-10 con los conceptos mostrados en los libros que permitan elaborar un diseño estructural de viga eficaz.
- Verificar los requerimientos mínimos de diseño estructural que mejoren la presentación de ejercicios en el ámbito del diseño de vigas.
- Investigar todos los conceptos necesarios que conlleven al buen planteamiento de ejercicios en el diseño vigas de concreto.
- Organizar de manera adecuada y sencilla el procedimiento de diseño en cada ejercicio que permita un fácil manejo por parte de los estudiantes.

4. DELIMITACIONES

A continuación se presentan las delimitaciones de este proyecto:

4.1 DELIMITACIÓN TEMPORAL

Se desarrollará la planeación y elaboración de este proyecto en un periodo de tres meses comprendidos entre la primera semana del mes de mayo y finales del mes de julio del presente año 2013.

4.2 DELIMITACIÓN ESPACIAL

Se buscará información de toda parte del país donde se apliquen y utilicen conceptos de diseño estructural, así como algunas de las indicaciones mostradas por los códigos internacionales relacionados al diseño de estructuras, tales como el ACI-318; y los documentos referentes de investigación.

4.3 DELIMITACIÓN TEMÁTICA

El proyecto estará delimitado a los términos y conceptos en el diseño de vigas de concreto reforzado, elementos fundamentales y básicos para el inicio en el aprendizaje del diseño de un sistema estructural.

5. LIMITACIÓN

La limitación de este proyecto es de tipo contextual; ya que esta a la expectativa de mayores aportes relacionados con el diseño estructural, que el autor no propone en este documento por carencia de tiempo, pero que amerita una ampliación de la información en muchos otros sistemas estructurales que incluyen o no al concreto reforzado como material de diseño, tales como losas, columnas, cimentaciones y muros de contención.

Además esta ligado al conocimiento básico de los estudiantes que tienen ya cursado las asignaturas de resistencia de materiales y análisis estructural; puesto que el proyecto se centra en el diseño de un elemento una vez considerado el análisis y utilizando muchos términos definidos en la asignatura de resistencia.

6. MARCO REFERENCIAL

Cada vez que se inicia con la elaboración de un documento de aprendizaje estudiantil, muchos lo relacionan con la repetición de muchos libros conceptuales existentes que no relacionan la teoría con la práctica, posiblemente un perjuicio para los propósitos finales de este proyecto.

A continuación se mostrarán los conceptos básicos y esenciales que hacen que el resultado de este proyecto sea lo más claro y eficaz posible para cada uno de los estudiantes a los que esta dirigido este documento.

6.1 MARCO DE ANTECEDENTES

Para el estado del arte de este proyecto se han encontrado los siguientes escritos: “Notas de concreto reforzado” – Orlando Giraldo Bolívar, U. Nacional de Colombia- 2003; “Modulo de diseño avanzado”, Jorge Buzón Ojeda, Universidad de la Costa- 2011; entre otros.

A lo largo del tiempo se han creado escritos que conllevan al lector a interpretar la metodología del diseño estructural, en muchas ocasiones se muestra desde lo más sencillo hasta lo más complejo dándole al estudiante la oportunidad de aclarar y comprender efectivamente los temas, tal y como lo muestran diferentes reglamentos como el ACI-318 internacional en el que explican el diseño de estructuras de concreto reforzado, entregando una metodología eficaz y fácil de comprender, explicando el paso a paso para el diseño.

En Colombia se ha logrado un gran alcance en cuanto a métodos de diseño de estructuras de concreto reforzado, colocándose en uno de los países de Latinoamérica con buen estado en sus normas con relación al estudio de los materiales y afines para todo tipo de estructura que se construya en diversas partes del país, basándose en la norma internacional del ACI 318. Es por lo que cada día que pasa, aparecen más y más escritos, sea en los libros o artículos publicados por la web, en el que se explica esta metodología de diseño, muy

eficaz pero a la vez un poco complicada para aquellos que inician su ciclo y tienen poco conocimiento de diseño en la ingeniería.

6.2 MARCO TEORICO

Para el diseño de elementos de concreto reforzado, tales como las vigas y columnas, se tiene en cuenta, los diferentes conceptos que nos llevan a entender de una manera mucho más eficaz el procedimiento para ello.

6.2.1 Generalidades y conceptos básicos de ingeniería estructural

En primer lugar *las vigas* son elementos estructurales unidimensionales, en los que la tercera dimensión es mucho mayor comparada con las otras dos dimensiones básicas de sección transversal. Las cargas que actúan sobre las vigas son esencialmente perpendiculares al plano principal de las mismas, por lo que su comportamiento está dominado por la flexión.

A las vigas son quienes al final, en la mayoría de los casos, se les es transmitida la carga que reciben las losas de los entrepisos para luego ser llevadas posteriormente al cimiento y este a su vez al suelo.

Por esta razón las vigas son los elementos básicos para el inicio de cualquier diseño estructural consideradas esenciales al momento de determinar las fuerzas que interactúan en la estructura para calcular su resistencia a ellas y la manera de trasmitirlas sin ninguna clase de falla o deformación a los demás elementos de la estructura. Para ello se debe tener en cuenta que en cualquier sección transversal existen fuerzas internas que pueden descomponerse en fuerzas normales y tangenciales a la sección. Las componentes normales a la sección son los esfuerzos de flexión (tensión en un lado del eje neutro y compresión en el otro); su función es la de resistir el momento flector que actúa en la sección. Las componentes tangenciales se conocen como esfuerzos *cortantes* que resisten las fuerzas transversales o cortantes.¹

También existen esfuerzos por adherencia, que están relacionados con la falla por fracturamiento que afectan la interacción acero-concreto, para el buen funcionamiento de una estructura. Para el entendimiento claro de estos conceptos se debe considerar cada uno de los componentes que intervienen en el diseño de una estructura de concreto reforzado.

El **concreto** es un material rígido utilizado en la construcción, formado por la combinación de un material tipo ligante y otros de tipo llenante, que se mezclan con agua en una proporción adecuada y bajo condiciones controladas; teniendo en cuenta claro esta, las consideraciones de las normas y códigos de construcción actualmente vigentes. El material ligante, usualmente el cemento, debe tener propiedades estables tanto químicas como físicas, por lo que el material llenante debe tener características muy compatibles con este, donde por lo general se utilizan áridos, como la arena y la grava, que hacen las partes de cuerpo del concreto, como agregado fino y agregado grueso. El cemento al interactuar con el agua forma una masa sólida que une las partículas de los agregados, que tiene propiedades de manejabilidad y permite moldear a gusto la forma final, que al endurecerse forma una masa compacta capaz de resistir cargas externas, con propiedades de durabilidad y muy económico.

Es importante aclarar que cada mezcla de concreto puede variar en sus propiedades finales de resistencia y trabajabilidad, dependiendo de las proporciones de cada material involucrado, su origen y su distribución. Así como también agregando otros componentes que mejoran las propiedades del concreto, utilizando cementos especiales o aditivos que afectan la funcionalidad final del material. Todo esto se ve afectado con las necesidades que se requieran en el diseño y la construcción de la estructura como tal.

Comúnmente se conocen tres tipos de concretos, según su tipo de ligante; el concreto de cemento calcáreo, el de cemento epoxi y el de cemento asfáltico. Estos tipos de cementos generalmente provienen de materiales pétreos granulares, extraídos en lechos naturales u producto de la trituración de rocas.

Para la construcción de estructuras de concreto el cemento comúnmente usado es el de naturaleza calcárea, del cual el más utilizado es el cemento Pórtland, que junto con el agua, los aditivos y los agregados pétreos, hacen del concreto un material de construcción universal en muchos aspectos.

El **cemento** es el principal componente del concreto, el cual tiene propiedades de adhesión y cohesión, que al hacer contacto con el agua reacciona químicamente para unir materiales áridos, como la arena y la grava, formando una pasta uniforme, maleable y plástica que al pasar por un proceso de fraguado, se endurece, volviéndose suficientemente resistente y durable a las cargas solicitadas. Existen diferentes tipos de cemento, sin embargo, se pueden establecer básicamente dos tipos:

- De origen arcilloso: obtenidos a partir de la arcilla y piedra caliza en proporciones que van de 1 a 4 aproximadamente.
- De origen puzolánico: La puzolana del cemento pueden ser de origen orgánico o volcánico.

Los más usados son los de tipo arcilloso; en donde los más utilizados para fines de concreto estructural son los llamados cementos hidráulicos, de los cuales el más conocido es el cemento Portland.

El **cemento Portland** es un material grisáceo obtenido de la pulverización del Clinker, después de un proceso de trituración, mezcla y horneado de ciertos materiales arcilloso y calizas conformados por silicatos de calcio y aluminio. Dicha mezcla se hace con las proporciones adecuadas de cada material que al enfriarse se muelen hasta darles la finura deseada, y de esta forma obtener las propiedades requeridas en el cemento.

En los últimos años se han desarrollado diferentes tipos de cemento Portland que difieren en las características y propiedades del concreto en el que será usado, es decir, las necesidades que se requieran en la estructura de concreto. Se encuentra el cemento Portland

tipo I o corriente, generalmente el más utilizado para la construcciones de obras civiles, alcanzando su resistencia de diseño a los 28 días de fundido. También tenemos el cemento tipo III o cemento de alta resistencia inicial, utilizado para aquellas estructuras en la que se requiera alcanzar la resistencia de diseño mucho antes de los 28 días del tipo I, normalmente alcanzan la resistencia de diseño entre lo 7 y 14 días de fundido. Además existen otros tipos de cemento, que varían directamente para el uso final de la estructura, como es el caso de cementos resistentes a agentes del medio, como ácidos y sulfuros.

Los *agregados* son una pieza importante en la fabricación del concreto; ya que ocupan un volumen que oscila entre el 70 y el 75% del volumen total del concreto. El resto es la pasta de cemento endurecida, el agua y aire de los poros. Por lo tanto debe tenerse claro las propiedades de los agregados, responsables de gran parte de la resistencia final del concreto contribuyendo en la densidad del mismo, por lo que entre mejor sea el acomodamiento de las partículas de cada agregado en la mezcla final, mejor será el refuerzo, la resistencia a la intemperie y la economía del concreto. De ahí la importancia de considerar la gradación del tamaño de las partículas con el fin de producir una mayor compactación. Es esta gradación con la que se clasifican los agregados, generalmente en finos y gruesos.

Para diferenciar un agregado fino de un agregado grueso, se tiene en consideración el tamiz No 4, en ingeniería de suelos, donde todo material que pase de dicho tamiz es considerado agregado fino o arenas, y el retenido denominado agregado grueso o grava. Sin embargo, el simple hecho de separar los dos tipos de agregado no es eficaz para determinar el mejor agregado a usar en el concreto final; debe tenerse en cuenta gradación óptima de cada agregado para los diferentes tamaños de partículas de arena y de grava individualmente. Deben tenerse consideraciones relacionadas al tamaño máximo, que dependen de varios aspectos, como son los espacios entre formaletas y barras de acero de refuerzo en el concreto.

La norma NSR-10 establece las características con que debe cumplir cada agregado, basado en la NTC colombiana. Además también permite el uso de agregados que han demostrado a

través de ensayos de laboratorios o por experiencias prácticas que producen concretos de resistencia y durabilidad adecuada, siempre y cuando sean aprobados por un supervisor técnico [C.3.3.1]

También recomienda el valor máximo de tamaño de agregado grueso según las siguientes límites:

- $1/5$ de la menor separación entre los lados del encofrado.
- $1/3$ de la altura de la losa
- $3/4$ del espaciamiento mínimo entre las barras o alambre individuales de refuerzo, paquetes de barras, tendones individuales y/o paquetes de ductos. [C.3.3.2]

Una clase aparte de componentes adicionales que se le pueden agregar a la mezcla del concreto son lo llamados *aditivos* que tienen la función de mejorar ciertas propiedades finales en el comportamiento del concreto. Hay de muchos tipos y variedades que dependiendo de las necesidades de la estructura pueden acelerar o retardar el fraguado y el endurecimiento, cambian el estado de manejabilidad, y pueden aumentar la capacidad de resistencia final. Ayudan en la permeabilidad del elemento y lo protegen de ciertos ambientes peligrosos en el ambiente. Cada uno de estos aditivos, normalmente compuestos químicos, deben estar regulados por los códigos y normas vigentes, tales como la ASTM internacional y la NTC colombiana.

De estos aditivos; se pueden encontrar los denominados incorporadores de aire, utilizados en gran gama hoy en día, que tienen como función el de suministrar aire en el concreto en forma de burbujas y de esa forma mejorar su manejabilidad y la durabilidad en ambientes donde el concreto estará expuesta a las bajas temperaturas, por lo que aumenta la resistencia del concreto al congelamiento, además de reducir la segregación mientras se vierte la pasta plástica. Posiblemente al aumentar los vacíos se pierde densidad y por ende resistencia como tal, pero es una situación que puede controlarse conociendo las necesidades finales de la estructura para controlar la cantidad de agua a suministrar.

También encontramos los aditivos acelerantes que sirven para agilizar el tiempo de fraguado final y alcanzar la resistencia en un menor tiempo de lo ordinario, estos aditivos normalmente derivados del cloruro de calcio, deben ser cuidadosamente proporcionados, ya que pueden afectar, en el caso de un concreto reforzado, al acero internamente, lo que perjudicarían el funcionamiento del mismo.

Otros tipos son retardantes, que hacen el efecto contrario del anterior, aumentando el tiempo de fraguado del concreto, que se ve afectado por las altas temperaturas que lo rodea, simplemente minimiza el impacto que produce el fundir concreto en ambientes con altas temperaturas y de esa manera mantener por más tiempo la trabajabilidad de la mezcla.

En la NSR-10 en su sección C.3.6, se citan cada una de los códigos donde se especifican los requerimientos mínimos de cada uno de estos tipos de aditivos.

El componente primordial para el concreto reforzado, es precisamente el *acero de refuerzo*, que esta comprendido por muchas características que lo hacen un material esencial para los efectos contraproducentes que las cargas externas le producen al concreto, y que este no es capaz de soportar, como es el caso de la tracción.

Es claro decir, que la resistencia tanto a la compresión como a la tracción que posee el acero, lo hace un material excepcional para cualquier tipo de estructura, sin embargo su alto costo, es lo que lo han llevado a combinarlo con el concreto propiamente, y de esa manera suplir la necesidades que tiene este con la resistencia a la tracción. Es por esta razón que en elementos, como por ejemplo una viga de concreto reforzado, el concreto cumplirá la función de resistir los esfuerzos que se producen a compresión y el acero colocado en forma de barras cerca de la cara de tensión resistirá los esfuerzos de tracción producto de la flexión en la viga.

Además instalando acero adicional se podrá resistir los esfuerzo de tensión diagonal producto del cortante en la viga. Otra ventaja esta en el hecho, que gracias a capacidad de resistencia a la compresión, también puede ser utilizadas en elementos de concreto como

las columnas, donde el principal esfuerzo está dado a la compresión, y de esa manera disminuir el área de sección transversal influyente. Aunque es importante tener en cuenta que aunque un elemento esté sometido y diseñado a esfuerzos de compresión, siempre es bueno instalar un acero de refuerzo mínimo para contrarrestar cualquier efecto de flexión que se pudiera presentar.

El acero de refuerzo comúnmente se consigue en forma cilíndrica en barras denominadas varillas que oscilan entre un número de diámetro de entre 3/8" y hasta 1-3/8"; aunque existen varillas de mayor diámetro que solicitan en menor proporción, y que normalmente solo se consiguen a pedido. La combinación del acero con el concreto estructural, se realiza de una manera sencilla en la obra de construcción, donde las varillas de refuerzo se colocan en los moldes de fraguado, conocidas como formaleas, antes de vaciar el concreto y así una vez endurecido, este recibirá los esfuerzos producto de las cargas aplicadas.

La NSR-10 establece los códigos de cada una de las especificaciones que deben tener las barras en cuestión para ser utilizados como material estructural en elementos de concretos reforzados. Además exige ciertos requerimientos mínimos para la utilización de las barras de acero, que varían entre sus características; como por ejemplo, diámetro mínimo, superficie de la varilla, soldaduras, capacidad máxima de carga, entre otras que se explicarán a continuación.

Algunos de los aspectos importantes a tenerse en cuenta para la determinación de un buen acero de refuerzo::

(a) La resistencia a la fluencia debe corresponder a la determinada por ensayos sobre barras de tamaño completo. Los esfuerzos obtenidos por medio del ensayo de tracción deben calcularse utilizando el área nominal de la barra tal como se indica en las Tablas C.3.5.3-1 y C.3.5.3-2.

(b) No se permite el uso de acero corrugado de refuerzo fabricado bajo las norma NTC 245, ni ningún otro tipo de acero que haya sido trabajado en frío o trefilado, a menos que esté explícitamente permitido por la norma bajo la cual se fabrica cualquiera de los materiales permitidos por el Reglamento NSR-10. [C.3.5.3.1]

Al final de la sección C.3.5.3 de la NSR-10 se relacionan algunos tipos de barras de acero que pueden ser utilizadas como refuerzo en ciertas situaciones, como es el caso del alambre corrugado, el alambre electrosoldado, barras galvanizadas, acero recubierto con epóxico y alambre de acero inoxidable, especificando la norma con la cual deben cumplir estos tipos de barras, sea con la NTC, o la ASTM internacional correspondiente.

6.2.2 Mecánica estructural

La característica principal de la ineficiencia del concreto cuando esta sometido a la tracción es la aparición de fisuras o grietas en las secciones involucradas cuando las cargas externas aplicadas en elemento, superan la resistencia del material a este tipo de esfuerzo. Lo que produce una inminente falla cuando se observa la primera fisura.

Es por esta razón, que en un elemento de concreto reforzado, las barras de acero se ubican en tal posición que contrarresten los esfuerzos de tracción que se pueden presentar en el concreto, igualando así, las fuerzas internas del elemento, impidiendo la falla inicial del concreto a la tracción y resistiendo mayores cargas; aunque se hayan presentado fisuras en el mismo. Por tal razón la falla no se presentará mientras no se alcancen las altas resistencias a la compresión del concreto ni el esfuerzo de fluencia a la tracción del acero.

Debido a las características de moldeado en el concreto al momento de vaciarlo en formaleas, existe una amplia gama de formas en las que se pueden presentar estructuras de concreto reforzado, una vez que se puedan acomodar las barras de refuerzo para que trabajen de acuerdo al diseño estructural.

Entre las diferentes estructuras que se construyen con el concreto reforzado se pueden mencionar algunas como; Los sistemas de pisos únicos de concreto reforzado tipo losa plana, placa plana, losa en dos direcciones, losa nervada en una y dos direcciones; Cubiertas de concreto tipo placa plegada, laminas cilíndricas, domos esféricos; Puentes del tipo atirantado, con vigas cajón, tipo arco; Depósitos de almacenamiento tales como, grandes bodegas y tanques elevados.

Las estructuras de concreto reforzado; como por ejemplo un edificio, están conformados por un conjunto de diversos elementos, que interactúan entre si, para resistir y transferir las cargas solicitadas a las que esta sometida la estructura completa. Es de esta misma forma como se diseñan las estructuras como tal, considerando cada elemento individual para posteriormente verificar su función con el resto de la edificación. Al final se debe tener en cuenta el modo de transferencia que exista entre cada elemento y la manera como se comportan las uniones y conexiones entre ellas.

Entonces, cada uno de esos elementos losetas, viguetas, vigas, columnas y zapatas de cimentación, al trabajar en conjunto y a la vez un buen diseño estructural, es lo que conforma una estructura típica de concreto reforzado. Para esto cada elemento tiene sus metodologías de diseño que dependen del sistema de transferencia de carga y el tipo de esfuerzo que se presentan en cada uno de ellos.

6.2.3 Esfuerzos de compresión y de tracción

Los principales elementos que se encuentra sometidos a los efectos de la compresión son las columnas y muros de los edificios por lo que es común el uso del concreto para el diseño de dichos elementos por su alto nivel de resistencia a la compresión. Entonces la compresión se caracteriza por una fuerza axial aplicada directamente sobre el elemento en la dirección de su eje longitudinal que “aprisiona” al elemento que lo involucra.

A su vez la tracción se caracteriza por el efecto contrario de la compresión, donde la fuerza axial trata de estirar el elemento aplicando la fuerza hacia afuera del elemento. La resistencia a la tracción en el concreto es una porción pequeña si lo relacionamos con la

resistencia a la compresión del mismo; por lo que es muy poco común el uso de concreto en elementos sometidos a tracción. Sin embargo esa pequeña porción es considerada cuando las cargas que se aplican son pequeñas lo suficiente para que sea resistida por el concreto, que con la ayuda de la alta resistencia del acero a la tracción, hacen del concreto reforzado, una combinación eficaz para la resistencia de fuerzas tanto a la compresión como a la tracción.

A pesar que el concreto no aporte resistencia a la tracción en la capacidad máxima del concreto reforzado, este sigue ocupando un papel importante, con el hecho de ser una capa protectora de recubrimiento para el acero, de todos los agentes del ambiente que pueden afectar el funcionamiento adecuado del refuerzo.

6.2.4 Métodos de diseño

Una característica importante que tienen los elementos estructurales es su capacidad de resistencia real, lo suficientemente alta como para soportar, todos los esfuerzo producto de las cargas aplicadas, teniendo un margen de seguridad y evitar que se presente la falla de la estructura como tal. Por lo que un fundamento clave en la ingeniería estructural esta dado por los métodos de diseño existente y confiable que nos lleven a determinar esa resistencia. A continuación entraremos en detalle con dos de los métodos de diseño que hicieron parte importante en la determinación de la resistencia de algunos elementos como es el caso de la viga de concreto reforzado, denominados Método Elástico y Resistencia Última. En el siguiente capítulo se explicará el método de diseño que actualmente es regido por nuestro reglamento NSR-10.

El *Método Elástico de Diseño*, también conocido como el método de los esfuerzos de trabajo o el método de la línea recta, es uno de los métodos más antiguos de diseño de vigas a flexión utilizado por los ingenieros estructurales, adoptado por las normas y especificaciones a inicios del siglo XX; siendo el ACI, la normativa que acoge este método como principal para el diseño de vigas, aunque para el año de 1941 le hace algunas modificaciones para incluirle el diseño de columnas.

Para el año de 1956, el ACI había considerado este método como único para el diseño estructuras a flexión, pero eso cambio con la introducción del método de resistencia última, reconociendo ambos métodos de igual importancia para el año de 1963, poco a poco este método fue perdiendo la relevancia como método principal siendo en el código del ACI de 1977, donde lo colocaron como método alternativo a pesar de los cambios que había tenido con las investigaciones de la época.

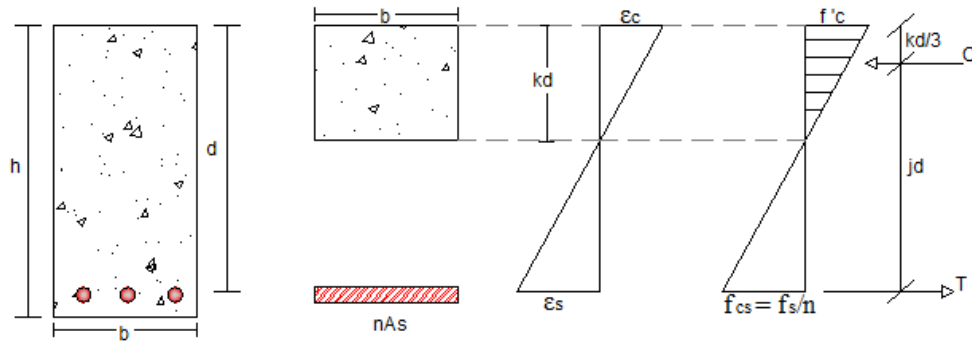
En Colombia por medio del CCCSR de 1984 lo acoge como método alternativo, siguiendo los requerimientos del código ACI del momento. En la norma NSR-98; es incluido en un apéndice, desapareciendo de un todo en la actual NSR-10.

El método se basa básicamente, en determinar el comportamiento que tienen los materiales (concreto y acero) al ser sometido a esfuerzos producto de las cargas externas, denominadas cargas de servicio, teniendo en cuenta las diversas combinaciones que nos exigían las normas para su uso. Siendo la NSR-98 en su momento las que proponía las siguientes:

- D (B.2.3-1)
- $D + L$ (B.2.3-2)
- $D + W$ (B.2.3-3)
- $D + 0.7E$ (B.2.3-4)
- $D + L + W$ (B.2.3-5)
- $D + L + 0.7E$ (B.2.3-6)

No utiliza ningún factor de seguridad en la determinación de dichas cargas; aunque tiene algunas consideraciones especiales, relacionadas con las cargas de viento y sismos, involucra hecho de reducción de carga por volcamiento y otras situaciones dictadas en la norma. También incluye términos como los esfuerzos máximos de trabajo, definidos como los esfuerzos con que el elemento estructural debe estar en capacidad de resistir a fin de evitar la falla de este. La seguridad que brinda este método esta ligado directamente a la capacidad resistente de cada material; es decir, el f'_c del concreto y el f_y del acero.

En relación con los modelos matemáticos utilizados en el diseño elástico se tiene en cuenta el comportamiento de toda viga, basándose en los esfuerzos de tracción y de compresión internos producto de las cargas externas; así y teniendo en cuenta la figura 6.5.1-1; tenemos:



Fuerza internas en una sección de viga

Las fuerzas de compresión (C) controlada por el área del concreto y la de tracción (T) controlada por el acero de refuerzo estarían dadas por:

$$C = \frac{1}{2}(f_c \cdot kd \cdot b)$$

$$T = A_s f_s$$

Igualando estas dos ecuaciones, considerando que debe existir equilibrio entre ellas para que la viga no este en movimiento.

$$C = T$$

$$0.50f'_c bkd = A_s f_s$$

Ahora como ambas fuerzas son en dirección opuesta separadas por una dista “jd” producen un momento de giro, que es igual para el concreto (Mc) y el acero (Ms), por tanto:

$$Mc = C \cdot Jd = (0.50f'_c bkd)Jd = M$$

$$Ms = T \cdot Jd = (A_s f_s)Jd = M$$

Reordenando para “M”, para la compresión

$$0.50f'_c bkd^2 J = M$$

$$bd^2 = \frac{M}{0.5f'_c kJ}$$

Expresión con la que podemos obtener las dimensiones del elemento, y para el caso de la tracción:

$$f_s A_s Jd = M$$

$$A_s = \frac{M}{f_s \cdot Jd}$$

Expresión con la que se determina el área de acero requerida. Ahora para la determinar los valores de “k” y de “J”; mirando la figura 6.5.1-1 y haciendo relación de triángulos tenemos:

$$\frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d - kd}$$

$$\text{Pero si sabemos; } \varepsilon_c = \frac{f'_c}{E_c} ; \varepsilon_s = \frac{f_s}{E_s}$$

$$\frac{f'_c/E_c}{kd} = \frac{f_s/E_s}{d - kd}$$

Ahora simplificando y reduciendo la expresión podemos llegar al valor de k:

$$k = \frac{1}{1 + f_s/nf'_c}$$

Finalmente teniendo el valor de “k”; podemos determinar “J”

$$Jd = d - kd/3$$

$$J = 1 - k/3$$

Es importante recordar que dichas ecuaciones sólo son válidas para el cálculo de vigas de concreto reforzado sometidas a la flexión.

Este método fue utilizado por casi medio siglo; sin embargo poco después muy rápido se paso al *Diseño de la Resistencia Ultima* adoptado por el código ACI-318-77 como método principal de diseño, haciendo Colombia la adaptación de este en el CCCSR-84, el cual se basa en que la resistencia de diseño de cualquier elemento debe ser mayor a la resistencia requerida, dada por los esfuerzos producidos debido a las cargas mayoradas especificadas tal y como lo indica la norma.

La Resistencia Ultima fue el método más utilizado para el diseño de muchas de las estructuras existentes en la actualidad, basado en el hecho en que la resistencia nominal de un elemento disminuida por un factor de reducción debe ser igual o mayor a las cargas solicitadas de servicio aumentadas por un factor de carga. Escrito con letras esto querría decir:

$$\phi Mn \geq Mu$$

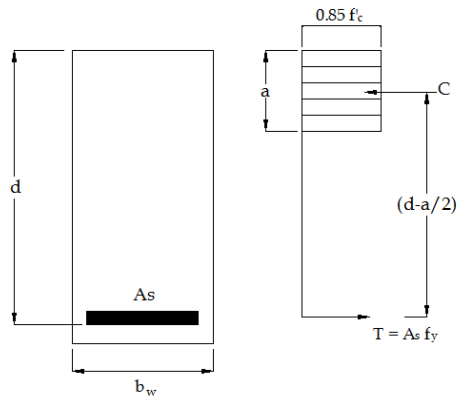
donde el factor de reducción (ϕ) se tiene en cuenta por diferentes razones que pueden afectar la determinación de la resistencia real del material; como es el caso, de la probabilidad que dicha resistencia sea mucho menor que la considerada por los cambios en las características y propiedades de los materiales; además que las ecuaciones utilizadas en el método no son del todo precisas; también por la ductilidad y confiabilidad requerida del elemento cargado junto con la importancia del elemento en la estructura.

La resistencia nominal (M_n) es la capacidad máxima que tiene un elemento o sección transversal de soportar las cargas de servicio, calculada utilizando las hipótesis y metodología del método de resistencia. La resistencia requerida (M_u) es la fuerza ejercida producto de las cargas de servicio, en un elemento estructural, multiplicada por un factor de carga, calculado por los método de análisis de diseño, teniendo en cuenta las

combinaciones de carga permitidas por el reglamento de sismo-resistencia existente (NSR-10 capítulo C.9.2)

Los factores de carga, son número mayores que la unidad estipulados por las normas vigentes, que incrementan las cargas solicitadas de servicio; siendo esta la carga especificada por los códigos de construcción dependientes del tipo de material y algunas especificaciones dadas (fuerza no mayorada).

El método de resistencia última fue generalizado; dándole un enfoque más directo y sencillo a la metodología de diseño; suponiendo que el bloque de compresiones en el concreto de una sección transversal en una viga de concreto reforzado es rectangular; conociéndose como el método de Whitney de la resistencia última.



Esfuerzos a flexión, sobre sección transversal según Whitney

Muy parecido a lo visto por el método elástico en el numeral anterior, esta idea conlleva a la elaboración de diversos modelos matemáticos que llegan al final a determinar la resistencia nominal de diseño. Si se observa la figura 6.5.2-1, para que haya condiciones de equilibrio de fuerzas en la sección, tenemos:

$$C = T$$

Remplazando valores:

$$0,85f'c * b * a = As * fy$$

de donde se puede obtener la profundidad del bloque de compresión (a)

$$a = \frac{(A_s * f_y)}{(0,85 f'_c * b)}$$

Ahora si se hace equilibrio de momento interno:

$$M_n = (C \text{ ó } T) * (d - a/2)$$

Lo que también se puede escribir como:

$$M_n = \rho b d^2 f_y (1 - 0,59 \rho f_y / f'_c)$$

De esa manera la resistencia requerida era igualada con la resistencia última de diseño, para posteriormente ser remplazada en la ecuación de la resistencia última; siendo esta ultima multiplicada por el factor de reducción, dada por:

$$M'_u = \phi \rho f_y * \left[1 - 0,59 \rho \frac{f_y}{f'_c} \right] * b d^2$$

Con lo que al final se puede determinar el porcentaje de acero necesario con respecto al área neta del elemento, denominado cuantía de diseño (ρ). Este valor, determinado de la ecuación cuadrática anterior debía estar comprendido entre un valor mínimo estipulado por la norma y uno máximo afín con la relación balanceada entre el concreto y el acero del elemento, relación que se da cuando el refuerzo de la viga llega a su punto de fluencia justo cuando la deformación unitaria del concreto en la fibra más alejada a la compresión es igual a la supuesta de 0.003.

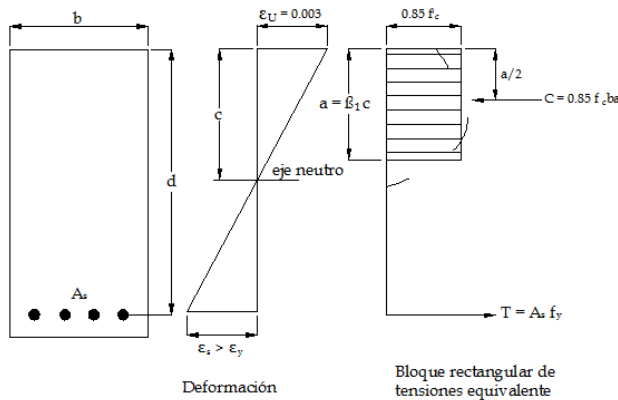


Diagrama de deformaciones en una sección con esfuerzo a la flexión

El método utilizado actualmente es el *Método Unificado de Diseño*, el cual tiene mucha semejanza con el Método de la Resistencia Última, el cual sigue basado en el hecho que las estructuras son diseñadas para resistir cargas mayoradas con una resistencia requerida disminuida con un factor de reducción, teniendo una diferencia en la determinación de esos factores que consideran la deformación unitaria neta a la tracción en el acero. Dicha deformación esta basada en la forma como se denominan las secciones del concreto sea controlada por la compresión o controlada por la tracción, tal y como lo indica la NSR-10.

Las secciones se denominan controladas por compresión si la deformación unitaria neta de tracción en el acero extremo en tracción, ϵ_t , es igual o menor que el límite de deformación unitaria controlada por compresión cuando el concreto en compresión alcanza su límite de deformación supuesto de 0.003. El límite de deformación unitaria controlada por compresión es la deformación unitaria neta de tracción del refuerzo en condiciones de deformación unitaria balanceada. [C.10.3.3].

Las secciones son controladas por tracción si la deformación unitaria neta de tracción en el refuerzo de acero extremo en tracción, ϵ_t , es igual o mayor a 0.005, justo cuando el concreto en compresión alcanza su límite de deformación unitaria asumido de 0.003. Las secciones con ϵ_t entre el límite de deformación unitaria controlada por compresión y 0.005 constituyen una región de transición entre secciones controladas por compresión y secciones controladas por tracción. [C.10.3.4].

Al final este método conlleva la misma síntesis que el de la Resistencia Última, buscando un factor de seguridad adecuado que permita realizar un eficaz diseño llevando al elemento a que falle de tal manera que se realicen deformaciones considerables antes que se produzca el colapso total, si se llegase a producir, lo que se hace manteniendo el diseño en secciones controladas por la tracción. El método diseña elementos que estén sometidos a la flexión y a la compresión dando resultados parecidos a los encontrados con la Resistencia Última.

La NSR-10 dispone de ciertos criterios para el diseño de estructuras de concreto reforzado; indicadas en su sección C.10.2; muestran las suposiciones a considerar para el buen desarrollo de un diseño estructural.

Las deformaciones unitarias en el refuerzo y en el concreto deben suponerse directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro, excepto que, para las vigas de gran altura definidas en C.10.7.1, debe emplearse un análisis que considere una distribución no lineal de las deformaciones unitarias [C.10.2.2]. Esta suposición es muy importante debido a que, con esa proporcionalidad, facilita notablemente el calculo de la deformación unitaria y el esfuerzo correspondiente en el diseño del elemento.

La máxima deformación unitaria utilizable en la fibra extrema sometida a compresión del concreto se supone igual a 0.003 [C.10.2.3]. Dicho valor ha sido verificado experimentalmente, por varios ensayos de laboratorio demostrando que la deformación unitaria alcanza los alrededores de 0.003 y 0.004 cuando se desarrolla el momento máximo. Esto en condiciones normales de trabajo.

El esfuerzo en el refuerzo cuando sea menor que f_y debe tomarse como E_s veces la deformación unitaria del acero. Para deformaciones unitarias mayores que las correspondientes a f_y , el esfuerzo se considera independiente de la deformación unitaria e igual a f_y [C.10.2.4].

La resistencia a la tracción del concreto no debe considerarse en los cálculos de elementos de concreto reforzado sometidos a flexión y a carga axial, excepto cuando se cumplan los requisitos de C.18.4 [C.10.2.5]. Esto se debe a que la resistencia a la tracción del concreto cuando esta sometido a la flexión se encuentra en el rango del 10 al 15 % de lo capaz de resistir a la compresión, además que producto de los ensayos en laboratorio, es correcto afirmar el hecho de no tener en cuenta al concreto en la resistencia a la tracción cuando las cuantías de refuerzo son normales.

Es importante tener muy en cuenta cada una de estas disposiciones que nos indica la norma y las que se mencionan más adelante en el texto, ya que estas, han sido trabajadas experimentalmente y nos garantizan el buen desarrollo de cualquier proyecto estructural; obteniendo márgenes de seguridad que respalden los diseños de las estructuras de concreto.

Metodología de Diseño

Para hablar en si del diseño tenemos que guiarnos de lo que indica la NSR-10; la relación entre la distribución de los esfuerzos de compresión en el concreto y la deformación unitaria en el concreto se debe suponer rectangular, trapezoidal, parabólica o de cualquier otra forma que de origen a una predicción de la resistencia que coincida con los resultados de ensayos representativos. [C.10.2.6]

Además también nos dice; los requisitos de C.10.2.6 se satisfacen con una distribución rectangular equivalente de esfuerzos en el concreto, definida como sigue:

- *Un esfuerzo en el concreto de $0.85f'_c$ uniformemente distribuido en una zona de compresión equivalente, limitada por los bordes de la sección transversal y por una línea recta paralela al eje neutro, a una distancia $a = \beta_1 * c$ de la fibra de deformación unitaria máxima en compresión.* [C.10.2.7]

Es decir la curva de esfuerzo-deformación en la sección de la viga controlada por la compresión puede ser remplazada por un cubo de esfuerzo igual a $0.85f'_c$, limitada por el ancho de la viga (b) y la altura del bloque de compresión (a), dada como un porcentaje de la profundidad del eje neutro (c). Tal porcentaje es el estipulado en la Norma como “ β_1 ”, el cual es igual a:

- *Para f'_c entre 17 y 28 MPa, el factor β_1 se debe tomar como 0.85. Para f'_c superior a 28 MPa, β_1 se debe disminuir en forma lineal a razón de 0.05 por cada 7 MPa de aumento sobre 28 MPa, sin embargo, β_1 no debe ser menor de 0.65.* [C.10.2.7.3]

Tal interpretación acogida por la NSR-10 es lo que se conoce como el bloque de compresión de Whitney, quien propuso la utilización de un bloque de compresión rectangular cuya área sea equivalente a la que queda bajo la curva real, y cuyo centro de gravedad coincida aproximadamente con el centro de gravedad de la curva real (*Figura 4.2.3-1*).

Este método propuesto por Whitney ha sido demostrado por medio de ensayos experimentales que llevan a la determinación de la fuerza de compresión a un estado de seguridad de la estructura; ya que se ha encontrado que la posición del eje neutro es ligeramente superior a la de los cálculos. por este método, lo que mirándolo desde el punto de vista de seguridad le aumenta la ductilidad a la estructura de concreto.

Entonces el criterio básico de diseño esta ligado directamente a la idea dejada por el método de Whitney, donde el principio de trabajo es:

Resistencia de Diseño \geq Resistencia Requerida

Teniendo en cuenta, que la resistencia de diseño (M_n) es equivalente a la resistencia nominal del elemento multiplicada por un factor de reducción (Φ) y la resistencia requerida (M_u) es el momento interno producto de las cargas de servicio multiplicada por un factor de carga estipulado por la norma.

Este criterio es válido para todos los esfuerzos a los cuales debe ser diseñado un elemento estructural, como es el caso del cortante, fuerza axial y torsión.

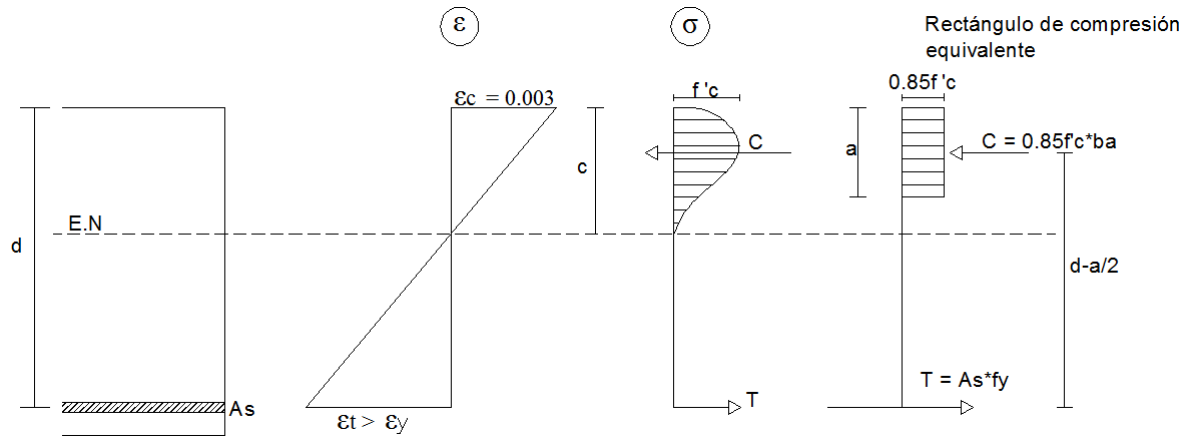
$$\Phi P_n \geq P_u$$

$$\Phi M_n \geq M_u$$

$$\Phi V_n \geq V_u$$

$$\Phi T_n \geq T_u$$

Ahora, teniendo claro este criterio; la metodología de diseño es su semejanza al método de Whitney y teniendo de referencia la figura 7.2.3-1, se desarrolla de la siguiente manera:



Rectángulo de compresión equivalente bajo cargas últimas.

Realizando equilibrio de fuerzas tenemos

$$T = C$$

o como es lo mismo:

$$As * fy = 0.85f'c * ba$$

de donde podemos determinar la profundidad del bloque de compresión (a):

$$a = \frac{Asfy}{0.85f'c \cdot b}$$

De esta manera para todos los elementos diseñados según la NSR-10, la resistencia nominal a la flexión esta dada por: (equilibrio de momentos internos)

$$Mn = (C \text{ ó } T) * (d - a/2)$$

Remplazando “a” en la ecuación anterior:

$$Mn = Asfy \cdot \left(d - 0.59 \frac{Asfy}{f'c \cdot b} \right)$$

Ahora de acuerdo con la normativa de seguridad de la NSR-10, la resistencia nominal debe reducirse con un factor de reducción de resistencia “Φ” que regirá dependiendo si la sección estará controlada por la tracción o controlada por la compresión:

$$\phi Mn = Asfy \cdot \left(d - 0.59 \frac{Asfy}{f'c \cdot b} \right)$$

Ecuación que puede ser utilizada para determinar la cantidad de “As” necesaria igualando el valor del momento último con el momento nominal (ΦMn = M'u) conociendo los valores de resistencia del concreto (f'c), el acero (fy) y las dimensiones del elemento (b y d).

$$M'u = \phi Asfy \cdot \left(d - 0.59 \frac{Asfy}{f'c \cdot b} \right) \quad (1)$$

Ahora para tener esta ecuación más simplificada, dividiendo ambos lados por bd²f'c:

$$\frac{M'u}{bd^2f'c} = \phi \frac{Asfy}{bd^2f'c} \cdot \left(d - 0.59 \frac{Asfy}{f'c \cdot b} \right)$$

Involucrando dos nuevos términos a esta ecuación “Rn” y “ω”; siendo:

$$Rn = \frac{M'u}{bd^2} \quad y \quad \omega = \frac{Asfy}{bdf'c}$$

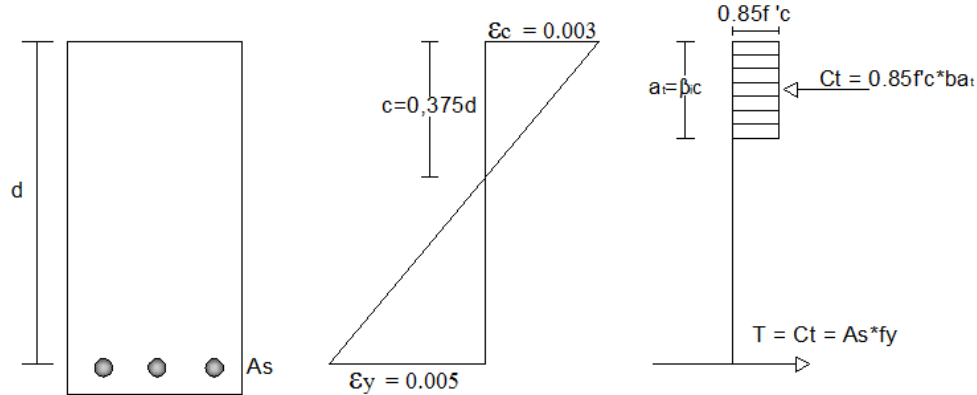
Tenemos:

$$Rn = \phi \cdot \omega \cdot (1 - 0.59\omega)f'c \quad (2)$$

Como se puede observar el factor de resistencia a la flexión (R_n), sólo depende del término índice de resistencia “ ω ”, y la resistencia del concreto “ f'_c ”, por lo tanto puede ser tabulado fácilmente. En el anexo B de este proyecto se muestran los valores de “ R_n ” para distintos valores de “ f'_c ” en un intervalo del término “ ω ” que depende de la A_{smin} y A_{smax} permitida por la NSR-10.

Ahora bien para determinar el intervalo de “ ω ” se tiene en cuenta lo que nos dice la Norma de las secciones que son controladas por tracción. [C10.3.4] y como la idea es siempre diseñar en el rango cuando la sección esta controlada por la tracción el valor máximo de “ ω ” estará ligado al mínimo valor de la deformación unitaria, la cual sería $\epsilon_t = 0.005$, entonces por congruencia de triángulos según la *figura 4.2.3-2* el valor máximo de la profundidad del eje neutro “ c ” se obtiene:

$$\frac{d}{\epsilon_t + \epsilon_c} = \frac{c}{\epsilon_c} \rightarrow c = \frac{0.003d}{0.008} = 0.375d$$



Diagramas de esfuerzo en secciones controladas por la tracción.

Después:

$$a = \beta_t * c = 0.375\beta_t d$$

$$C = 0.85f'_c \cdot ba = 0.319\beta_t f'_c \cdot bd$$

$$T = As * fy = C \rightarrow As = \frac{T}{fy}$$

$$As = \frac{(0.319\beta_t f'c \cdot bd)}{fy}$$

$$\omega = \frac{Asfy}{bdf'c} = 0.319\beta_t \rightarrow \text{que es el valor que buscamos}$$

Como se puede observar ω_{max} sólo depende del valor de β_t que a su vez depende de la resistencia del concreto $f'c$.

Para el valor mínimo de “ ω ” se tiene en cuenta el As_{min} , permitido por la norma de:

$$As_{min} = \frac{0.25\sqrt{f'c}}{fy} \cdot b_w d \geq 1.4b_w d / fy$$

Sabiendo que:

$$\omega = \frac{Asfy}{bdf'c}$$

Siendo $As = As_{min}$ el valor ω_{min} estará dado por:

$$\omega = \frac{1.4}{f'c} \rightarrow f'c \leq 32MPa$$

$$\omega = \frac{0.25\sqrt{f'c}}{f'c} \rightarrow f'c > 32MPa$$

Ya teniendo los límites de “ ω ” se puede determinar los valores “ R_n ” con la ecuación (2) y realizar la respectiva tabulación.

6.3 DEFINICION DE TÉRMINOS

Capacidad resistente: Máxima fuerza permisible que es capaz de soportar un elemento estructural con respecto a sus dimensiones y material del que este hecho.

Carga: Fuerza transmitida a los elementos estructurales producto del peso propio y las sobrecargas.

Cimentación: Elemento estructural que transmite la cargas totales producidas por la estructura hacia el suelo debajo.

Columna: Elemento normalmente vertical que trasmite las carga entre pisos hasta la cimentación.

Compresión: Acción que se produce cuando un elemento es sometido a un par de fuerza en dirección hacia si mismo en el sentido de su eje longitudinal.

Concreto: Material del que están fabricado ciertos elementos estructurales, compuestos por diversos elementos como el cemento, agregados finos, agregados gruesos y agua.

Deformación: Variación de la configuración de un cuerpo debido a la acción de una carga.

Ductilidad: Propiedad de un elemento que mide la capacidad que tiene de deformarse sin llegar a producirse una falla.

Esfuerzo: Denominación que se realiza a las fuerzas que se producen en el interior de un elemento estructural por unidad de área.

Falla: Punto en el cual un elemento estructural deja ser útil a una estructura.

Flexión: Curvatura y deformación que adquiere un elemento por efecto de una carga, lo que produce los efectos de compresión y tensión en el mismo.

Fuerza cortante: Fuerza interna que se produce de manera perpendicular al eje del elemento estructural.

Monolítico: Del mismo compuesto.

Rango inelástico: Momento de un elemento estructural en el cual al aplicar una carga la deformación que se produce no varia aunque se retire la carga.

Reforzado: Denominación que se le hace a un material cuando ha sido modificado o mejorado con otro elemento como el acero.

Tensión: Acción que se produce cuando un elemento es sometido a un par de fuerzas dirigidas hacia afuera del mismo en la dirección del eje.

Viga: Elemento estructural normalmente horizontal que transmite las cargas de la losa hacia las columnas.

6.4 FORMULACIÓN DE HIPOTESIS

La revisión de la Norma Sismo-Resistente Colombiana NSR-10 y la metodología para el diseño de vigas de concreto reforzado, conduce a la elaboración de una guía de procedimientos de diseño para uso estudiantil.

6.4.1 Operacionalización de variables

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES
DEPENDIENTE		
1. Revisión de la Norma Sismo-Resistente Colombiana NSR-10	<ul style="list-style-type: none"> - Nueva información de materiales de construcción. - Proceso metodológico de diseño. - Especificaciones de diseño. 	50% 80% 100%
INDEPENDIENTE		
2. Elaboración de una guía de procedimientos de diseño para uso estudiantil	<ul style="list-style-type: none"> - El conocimiento de los estudiantes. - El manejo de la información suministrada. - La transcripción de los ejemplos de aplicación 	80% 80% 100%

7. DISEÑO METODOLÓGICO

7.1 MÉTODO

Deductivo: Lo que se busca es llevar el conocimiento general mostrado en este proyecto a uno más centrado de una manera particular y sencilla.

7.2 TIPO DE INVESTIGACIÓN

Explicativa

7.3 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

7.3.1 **Técnicas de recolección de la información primaria:** Se parte de la observación directa producto de la realidad.

7.3.2 **Técnicas de recolección de la información secundaria:** Se revisaron los documentos referentes a la investigación en la biblioteca de la Corporación Universitaria de la Costa CUC, Librería Nacional y portales de Internet

7.4 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Se consultaron los siguientes libros y/o documentos:

- Segura Franco, Jorge. “Estructuras de concreto I”. 4º Ed, 1999
- Giraldo Bolívar, Orlando. Estructuras de Hormigón I. Universidad Nacional de Colombia. 2003
- Nilson Arthur- “Diseño de Estructuras de Concreto” 12º Ed, 2001
- Norma Sismo resistente Colombiana, NSR-10
- ACI 318 S-05 Requisitos de reglamento para concreto estructural

8. RESULTADOS

Después de toda una recopilación de la información en la que se encontraron diversas formas de explicar un mismo tema, en el diseño de una viga de concreto reforzado, actualizando y acoplando cada detalle mostrado y tratado en nuestra Norma Colombiana Sismo-resistente, con las explicaciones de los diferentes autores, el procedimiento del paso a paso para realización de cada ejercicio tratado en este proyecto y la ubicación más precisa para la utilización de los modelos matemáticos que conllevan al buen funcionamiento de cualquier diseño estructural; se ha alcanzado como resultado final la elaboración de una guía de procedimiento, en la que cada concepto teórico explicado en este documento es llevado a la práctica para garantizar al aprendizaje de cada estudiante a un nivel mucho más eficaz y fácil de manejar para todos los educandos que hacen parte de este mundo del diseño de estructuras.

Esta guía, la cual por su descripción y su manera de explicar las aplicaciones en los diversos diseños de estructuras de concreto; la he denominado: “GUÍA PARA EL DISEÑO DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO DE ACUERDO A LA NSR – 10 COLOMBIANA”, siendo este el resultado de la recopilación de diversos documentos, donde lo que se busca es llevar cada detalle de la forma de diseño mostrado en las normativas a la practica, para de esa manera tener un mayor conocimiento de aplicación y desarrollo de ejercicios que lleven a cada estudiante de ingeniería a realizar confiablemente sus talleres y actividades en clase.

La guía es presentada en este proyecto como un anexo al trabajo de información y mostrada como un documento libre para ser utilizado por cualquier estudiante o persona que desee mejorar sus conocimientos en el diseño estructural.

RECOMENDACIONES

Se recomienda el uso de esta información para aquellos que inician sus estudios en el ámbito de la ingeniería estructural, ya que mejora cada uno de los conceptos que se aplican y se estudian en un salón de clases, posiblemente acorde al manejo y aprendizaje de cada estudiante y facilitando el concepto, considerando que esta es una guía de estudiante hecha para estudiantes.

También es muy importante que cada estudiante aporte su interpretación del tema a lo explicado en la teoría, es un fundamento primordial para la aplicación de ejercicios que más adelante en el mundo laboral serán conceptos básicos en donde la aplicación juega un papel importante, pero que se fundamentan en los conceptos teóricos que aprendemos día a día en el transcurso de nuestra carrera universitaria.

Si lo dicho anteriormente se realiza, es posible que el paso del estudiante en la rama de la ingeniería estructural mejore totalmente y de cabida para ampliar sus conocimientos y ayude a convertirse en un estudiante de nivel promedio y porque no, con excelentes ideas para futuros proyectos.

BIBLIOGRAFIA

REGLAMENTO COLOMBIANO DE CONSTRUCCIÓN SISMO RESISTENTE NSR –
10. Bogotá D.C Enero de 2011.

SEGURA FRANCO, JORGE. “ESTRUCTURAS DE CONCRETO I”. 4° Ed, 1999

GIRALDO BOLÍVAR, ORLANDO. ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN I. Universidad
Nacional de Colombia. 2003

NILSON ARTHUR- “DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO” 12° Ed, 2001

ACI 318 S-05 REQUISITOS DE REGLAMENTO PARA CONCRETO ESTRUCTURAL

ROCHEL AWAD, ROBERTO. HORMIGON REFORZADO PRIMERA PARTE. Bogotá
D.C. 1999

BUZON OJEDA, JORGE. MODULO DE DISEÑO AVANZADO: “DISEÑO A
FLEXION DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO, POR EL METODO
UNIFICADO DE DISEÑO.” 2011

ANEXO A:

***GUIA PARA EL DISEÑO DE VIGAS
DE CONCRETO REFORZADO
DE ACUERDO A LA NSR – 10
COLOMBIANA***

INDICE

Capitulo No 1	INTRODUCCIÓN – Pág. 51
Capitulo No 2	CONCRETO REFORZADO, MATERIAL DE LA INGENIERIA ESTRUCTURAL – Pág. 54
Capitulo No 3	FUNDAMENTOS DE LA INGENIERÍA ESTRUCTURAL - Pág. 70
Capitulo No 4	DISEÑO A FLEXIÓN POR MÉTODO UNIFICADO – Pág. 95
Capitulo No 5	DISEÑO A CORTANTE – Pág. 142
Capitulo No 6	DETALLAMIENTO DEL REFUERZO – Pág. 181

CAPITULO 1

INTRODUCCIÓN

La presente guía, es una recopilación de todo un trabajo de investigación e interpretación de la información, que realice durante estos últimos meses como estudiante y próximo Ingeniero Civil de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la Costa CUC.

Este documento se ha elaborado partiendo de un problema que afronta la comunidad estudiantil del programa de ingeniería civil, así como gran parte de los estudiantes interesados en el tema de estructuras de concreto, quienes al no poseer un documento práctico y sencillo que los ayude en el entorno que envuelve el diseño de estructuras; para un manejo eficaz de todas las metodologías de diseño, he ideado esta guía basándome en todas las especificaciones correspondientes, planteadas por nuestra Norma Sismo Resistente Colombiana, recopilado del proyecto titulado: “ELABORACIÓN DE UNA GUÍA DE MODELOS Y PROCEDIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES, ACORDE A LA NSR-10 COLOMBIANA - VIGAS DE CONCRETO REFORZADO.”, en el cual realizo un esquema de como debe diseñarse ciertos elementos de concreto reforzado, que hagan parte de un sistema estructural, como es el caso de las vigas o elementos horizontales, para que de esa manera apoye a todo estudiante que inicia su aprendizaje en el área de diseño y pueda mejorar el conocimiento adquirido en un salón de clases.

Por lo escrito anteriormente se ha planteado la elaboración de este proyecto, que tiene como producto final esta guía dividida en varios capítulos, que ayudan a una mejor interpretación de cada uno de los elementos estructurales dentro del alcance del proyecto, realizando un análisis detallado de las metodologías de diseño existente en la actualidad y aprobadas por las normas vigentes que se aplican en nuestro país; es decir, la idea es explicar desde lo mas sencillo para ir avanzando hacia lo más complejo, pero siempre llevando los conceptos claros, para que cada estudiante que utilice este documento, no se sienta “perdido” cuando

de diseñar una viga estructural se hable y pueda realizar sus propios diseños, con esta, una guía paso a paso.

Inicialmente el documento se encuentra comprendido por seis capítulos, donde se presenta todo el marco teórico investigado que sirve como base para el inicio en el estudio de la ingeniería estructural en el diseño de vigas de concreto reforzado. Iniciando en el capítulo 2 con la interpretación de la función del concreto en la ingeniería estructural, sus características y propiedades, algunas definiciones básicas y esenciales para comenzar el área del diseño estructural.

En el capítulo No 3 encontramos los fundamentos de diseño, donde se interpretan cada uno de los conceptos para diseñar estructuras de concreto reforzado, caracterizado por la explicación de los métodos de diseño que hicieron parte importante del desarrollo de la ingeniería estructural, como se interpretaban y como debían utilizarse, presentación que le da una entrada a los métodos de diseño existentes en la actualidad, para tener una pequeña comparación que involucre al estudiante con el diseño de elementos estructurales.

El anterior capítulo da inicio al capítulo No 4 dividido en varias secciones para separar cada tema en específico, la idea es mostrar todo lo relacionado con el diseño de elementos que se encuentran sometidos a flexión y las características que componen al elemento. Se explica la metodología para el diseño de vigas utilizando el método unificado y de esa manera determinar el comportamiento que estos elementos reciben cuando se les es sometido a esfuerzos internos producto de las cargas solicitadas. Claro está, buscando explicar el concepto y dar interpretación a lo especificado en la NSR-10 y demás códigos en las que se apoya este trabajo.

Ya en el capítulo No 5 se concentra en el diseño a la fuerza cortante que se produce por las cargas externas que le son aplicadas a los elementos, aquí se explica todo lo relacionado con el diseño a cortante de las estructuras de concreto, como se comportan y de qué manera se puede reforzar para impedir que un elemento alcance su límite máximo de resistencia y

lo conlleve a la falla de una manera súbita; pues el esfuerzo a cortante puede ser muy perjudicial para cualquier estructura de concreto, si no se refuerza adecuadamente. Cada detalle y todas los criterios exigidos por la NSR-10, son explicados en este capítulo.

Al final en el capítulo No 6 se detalla los conceptos básicos con los que el refuerzo de un elemento como la viga de concreto debe ser colocado para que cumpla con los requerimientos mínimos exigidos por la norma, siendo esta una función muy importante en la realización de cualquier diseño estructural, fijado a la interpretación de las posibles fallas al fracturamiento que pueden presentarse; además para que en obra o durante la construcción no se produzcan confusiones de detallamiento de refuerzo y quede especificado lo calculado en el diseño,

Todo esto se realiza teniendo claro cada detalle que nos indica la NSR-10 para que al final se obtenga un diseño óptimo y eficaz en la aplicación de cada ejercicio planteado, buscando en estos la diversidad en ejercicios, para que los estudiantes tengan diferentes opciones al momento de elegir una situación que los ayude en su proceso de aprendizaje en las asignaturas de Estructuras. Además teniendo en cuenta que esto consiste en realizar un estudio y análisis detallado de las especificaciones que se encuentran consignadas en la NSR – 10 para el diseño de estructuras de concreto, también ayuda con la implementación de la nueva Norma Sismo-Resistente Colombiana, expedida y actualizada hace poco, disponiendo de cada detalle para implementarlos en los modelos de ejemplo que se puedan usar en las jornadas de estudios.

En cada de las secciones se emplean ejercicios de aplicación muy ilustrativos con la intención que el estudien revise y verifique el paso a paso del diseño, muy práctico y sencillo donde se recopila toda la información explicada en la teoría y se lleva al ejemplo, con lo que el estudiante, termina con la opción de identificar varios de los ejercicios para mejorar sus conocimientos en el ámbito del diseño estructural.

CAPITULO 2

CONCRETO REFORZADO, MATERIAL EN LA INGENIERIA ESTRUCTURAL

Antes de dar inicio a las metodologías de diseño, aplicaciones y las distintas bases que conllevan al buen comportamiento de las estructuras de concreto cuando son sometidas a cargas externas, debemos centrarnos en algo muy importante, caracterizado por la comprensión y la identificación de cada uno de los elementos involucrados en el ámbito del diseño de la ingeniería estructural. Esto es básicamente el conocimiento y significado de cada material que conforman o que son utilizados en el diseño y construcción de elementos estructurales, tales como el concreto, el acero y todos los componentes que lo conforman; así como las derivaciones que de estos, se pueden presentar. Esto con el fin, de poder garantizar un desarrollo óptimo en el diseño de cualquier estructura de forma práctica, segura y económica.

Una de las características principales que hacen del concreto un material eficaz, cuando de estructuras se refiere, es su capacidad de resistir cargas a compresión, además de lo práctico al momento de usarlo en una construcción, por la facilidad de movimiento, preparación e instalación final. Esto sin contar con lo poco costoso, lo que lo hace un material económico, en relación con otros materiales. De ahí que la mayoría de las normas lo caracterizan por su alta resistencia; claro esta, cumpliendo con los lineamientos de seguridad mínimos exigidos.

En relación con el acero se puede indicar que su capacidad para la resistencia de cargas, tanto a la compresión como a la tracción, lo hacen un material optimo para la ingeniería estructural; sin embargo, debido a sus propiedades metálicas lo hacen vulnerable a los agentes del ambiente que lo rodea, por lo que es necesario mantenerlo cubierto y protegerlo de dichos agentes, situación que puede manejarse utilizando los componentes del concreto, que en combinación con el acero, crean un material capaz de resistir esfuerzos diferentes a la compresión que el concreto por si solo es incapaz de resistir; tales como, la flexión, la

cortante y la torsión. Haciendo a su vez, una protección al acero de los agentes del medio ambiente, al ser recubierto con el mismo concreto. Esta combinación de materiales óptimos para la ingeniería estructural, es lo que conocemos como *concreto reforzado*.

2.1 CONCRETO, CARACTERISTICAS Y DERIVACIONES

El **concreto** es un material rígido utilizado en la construcción, formado por la combinación de un material tipo ligante y otros de tipo llenante, que se mezclan con agua en una proporción adecuada y bajo condiciones controladas; teniendo en cuenta claro esta, las consideraciones de las normas y códigos de construcción actualmente vigentes. El material ligante, usualmente el cemento, debe tener propiedades estables tanto químicas como físicas, por lo que el material llenante debe tener características muy compatibles con este, donde por lo general se utilizan áridos, como la arena y la grava, que hacen las partes de cuerpo del concreto, como agregado fino y agregado grueso. El cemento al interactuar con el agua forma una masa sólida que une las partículas de los agregados, que tiene propiedades de manejabilidad y permite moldear a gusto la forma final, que al endurecerse forma una masa compacta capaz de resistir cargas externas, con propiedades de durabilidad y muy económico.

Es importante aclarar que cada mezcla de concreto puede variar en sus propiedades finales de resistencia y trabajabilidad, dependiendo de las proporciones de cada material involucrado, su origen y su distribución. Así como también agregando otros componentes que mejoran las propiedades del concreto, utilizando cementos especiales o aditivos que afectan la funcionalidad final del material.

Comúnmente se conocen tres tipos de concretos, según su tipo de ligante; el concreto de cemento calcáreo, el de cemento epoxi y el de cemento asfáltico. Estos tipos de cementos generalmente provienen de materiales pétreos granulares, extraídos en lechos naturales u producto de la trituración de rocas. En la *figura 5.1-1*, se observan estos tipos de cemento:

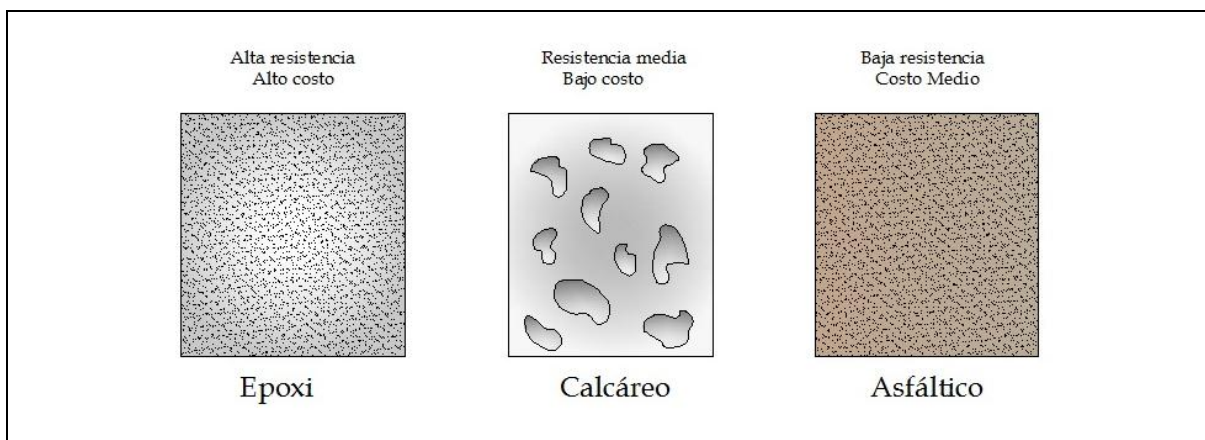


Figura 2.1-1 Tipos de concreto según la naturaleza del ligante

Para la construcción de estructuras de concreto el cemento comúnmente usado es el de naturaleza calcárea, del cual el más utilizado es el cemento Pórtland, que junto con el agua, los aditivos y los agregados pétreos, hacen del concreto un material de construcción universal en muchos aspectos.

Uno de esos aspectos se basa en el hecho que mientras se encuentre en su estado plástico, puede depositarse en distintos tipos de moldes para darle forma gracias a su trabajabilidad. Tiene buena resistencia al fuego y a la intemperie del medio ambiente que lo rodea; además algunos de los materiales que lo conforman, como los agregados, están disponibles a precios económicos y normalmente se encuentran cerca del lugar de construcción. Esto sin contar el hecho que es un material con alta resistencia a la compresión, funcionando como una piedra natural, eficaz para elementos como columnas o arcos en una estructura. Sin embargo esta característica de funcionar como una piedra natural, también lo hace ser un material frágil con baja resistencia a los efectos de la tensión en comparación con su resistencia a la compresión, lo que imposibilita el uso de este material para ser usado en estructuras que estarán sometidas a esfuerzo de tracción y/o flexión.

Al observar este inconveniente con respecto a la resistencia del concreto a la tensión, debió buscarse una posible solución que remediara tal situación, lo que a partir de la segunda mitad del siglo XIX, se decidió utilizar el acero como material de refuerzo para el concreto, aprovechando su alta resistencia a los efectos de la tracción, con la idea de usarlo para

aquellas estructuras en el que la baja resistencia del concreto a la tensión limitaría la capacidad portante del mismo. De esa manera el refuerzo, usado normalmente en barras de acero circulares con aspecto corrugado en su superficie, propias para garantizar adherencia. Ahora una vez combinado estos dos materiales, se crea un material compuesto con las características y ventajas de cada uno de los materiales individualmente, con las altas resistencias a la compresión del concreto y la resistencia a la tracción del acero. Esta combinación de material, con todas las ventajas que posee, es lo que se conoce como **concreto reforzado**. De aquí que el concreto reforzado sea el material por excelencia para ser utilizado en las construcciones de edificaciones, puentes, tanques y muchas otras estructuras.

Con el paso del tiempo se ha ido mejorando las capacidades de este material en cuanto a su resistencia, encontrando concreto con resistencias a la compresión de hasta 120 MPa y aceros de hasta 700 MPa de resistencia a la tracción, aunque deba tenerse mucho cuidado el uso de estos elementos en las estructuras, porque pueden llegar a causar grandes deformaciones, sino se usan de forma adecuada. A pesar de eso hay muchas estructuras donde se requieren de estas capacidades, tales como grandes puentes y edificios de gran escala, lo que ha llevado al mejoramiento del concreto reforzado, llevándolo a un nivel más alto de resistencia, en lo que se conoce como **concreto preforzado**. El cual consiste en el uso del acero trenzado conformado por varios hilos, denominado torón, donde básicamente lo que se hace es tensionar los torones con equipos especiales sea antes o después de fundir el concreto. Ahora bien, cuando el refuerzo se tensiona antes del fraguado del concreto, se conoce como **concreto preforzado pretensado**; si por el contrario se tensiona después del fraguado y endurecimiento del concreto, se conoce como **concreto preforzado postensado**. El diseño de elementos con estos tipos de concreto, son tema de un curso más avanzado que no serán tratados en este proyecto, pero que se muestran de manera de explicación.

2.2 COMPONENTES DEL CONCRETO REFORZADO

Como se ha mencionado antes el concreto reforzado es la combinación del acero de refuerzo con el concreto simple capaz de resistir cargas externas aplicadas sobre el

elemento; además de eso, el concreto es una mezcla de materiales compuesto por cemento, arena, grava, agua y en algunos ocasiones por aditivos, lo que nos lleva a considerar todas las características individuales de cada material, requisito fundamental para el buen comportamiento de la estructura a diseñar. A continuación se hará una breve descripción de cada componente y se citarán los requerimientos mínimos exigido por nuestra norma NSR-10.

2.2.1 Cemento

El cemento es el principal componente del concreto, el cual tiene propiedades de adhesión y cohesión, que al hacer contacto con el agua reacciona químicamente para unir materiales áridos, como la arena y la grava, formando una pasta uniforme, maleable y plástica que al pasar por un proceso de fraguado, se endurece, volviéndose suficientemente resistente y durable a las cargas solicitadas. Existen diferentes tipos de cemento, sin embargo, se pueden establecer básicamente dos tipos:

- De origen arcilloso: obtenidos a partir de la arcilla y piedra caliza en proporciones que van de 1 a 4 aproximadamente.
- De origen puzolánico: La puzolana del cemento pueden ser de origen orgánico o volcánico.

Los más usado son los de tipo arcilloso; en donde los más utilizado para fines de concreto estructural son los llamado ***cementos hidráulicos***, de los cuales el más conocido es el ***cemento Portland***.

El cemento Portland es un material grisáceo obtenido de la pulverización del Clinker, después de un proceso de trituración, mezcla y horneado de ciertos materiales arcilloso y calizas conformados por silicatos de calcio y aluminio. Dicha mezcla se hace con las proporciones adecuadas de cada material que al enfriarse se muelen hasta darles la finura deseada, y de esta forma obtener las propiedades requeridas en el cemento.

En los últimos años se han desarrollado diferentes tipos de cemento Portland que difieren en las características y propiedades del concreto en el que será usado, es decir, las necesidades que se requieran en la estructura de concreto. Se encuentra el cemento Portland tipo **I** o corriente, generalmente el más utilizado para la construcciones de obras civiles, alcanzando su resistencia de diseño a los 28 días de fundido. También tenemos el cemento tipo **III** o cemento de alta resistencia inicial, utilizado para aquellas estructuras en la que se requiera alcanzar la resistencia de diseño mucho antes de los 28 días del tipo I, normalmente alcanzan la resistencia de diseño entre lo 7 y 14 días de fundido. Además existen otros tipos de cemento, que varían directamente para el uso final de la estructura, como es el caso de cementos resistentes a agentes del medio, como ácidos y sulfuros.

La norma NSR-10 en su capítulo C.3.2 establece los requisitos mínimos de calidad para la fabricación de este material y de todo material cementante, especificando los cementos permitidos para su uso en la construcción, fabricados bajo las normas NTC colombiana y la norma ASTM internacional.

2.2.2 Agregados

Los agregados son una pieza importante en la fabricación del concreto; ya que ocupan un volumen que oscila entre el 70 y el 75% del volumen total del concreto. El resto es la pasta de cemento endurecida, el agua y aire de los poros. Por lo tanto debe tenerse claro las propiedades de los agregados, responsables de gran parte de la resistencia final del concreto contribuyendo en la densidad del mismo, por lo que entre mejor sea el acomodamiento de las partículas de cada agregado en la mezcla final, mejor será el refuerzo, la resistencia a la intemperie y la economía del concreto. De ahí la importancia de considerar la gradación del tamaño de las partículas con el fin de producir una mayor compactación. Es esta gradación con la que se clasifican los agregados, generalmente en finos y gruesos.

Para diferenciar un agregado fino de un agregado grueso, se tiene en consideración el tamiz No 4, en ingeniería de suelos, donde todo material que pase de dicho tamiz es considerado agregado fino o arenas, y el retenido denominado agregado grueso o grava. Sin embargo, el

simple hecho de separar los dos tipos de agregado no es eficaz para determinar el mejor agregado a usar en el concreto final; debe tenerse en cuenta gradación óptima de cada agregado para los diferentes tamaños de partículas de arena y de grava individualmente. Deben tenerse consideraciones relacionadas al tamaño máximo, que dependen de varios aspectos, como son los espacios entre formaletas y barras de acero de refuerzo en el concreto.

A lo anterior debe agregarse, otro aspecto importante es la buena resistencia individual de cada partícula, la durabilidad y la resistencia a la intemperie, así como también que la superficie debe estar libre de cualquier impureza de materiales muy finos, como arcillas y limos, que puedan afectar el comportamiento de adherencia con el cemento al momento de realizar concreto.

La norma NSR-10 establece las características con que debe cumplir cada agregado, basado en la NTC colombiana. Además también permite el uso de agregados que han demostrado a través de ensayos de laboratorios o por experiencias prácticas que producen concretos de resistencia y durabilidad adecuada, siempre y cuando sean aprobados por un supervisor técnico [C.3.3.1]

También recomienda el valor máximo de tamaño de agregado grueso según las siguientes límites:

- $1/5$ de la menor separación entre los lados del encofrado.
- $1/3$ de la altura de la losa
- $3/4$ del espaciamiento mínimo entre las barras o alambre individuales de refuerzo, paquetes de barras, tendones individuales y/o paquetes de ductos. [C.3.3.2]

2.2.3 Aditivos

Una clase aparte de componentes adicionales que se le pueden agregar a la mezcla del concreto son lo llamados *aditivos* que tienen la función de mejorar ciertas propiedades

finales en el comportamiento del concreto. Hay de muchos tipos y variedades que dependiendo de las necesidades de la estructura pueden acelerar o retardar el fraguado y el endurecimiento, cambian el estado de manejabilidad, y pueden aumentar la capacidad de resistencia final. Ayudan en la permeabilidad del elemento y lo protegen de ciertos ambientes peligrosos en el ambiente. Cada uno de estos aditivos, normalmente compuestos químicos, deben estar regulados por los códigos y normas vigentes, tales como la ASTM internacional y la NTC colombiana.

De estos aditivos; se pueden encontrar los denominados *incorporadores de aire*, utilizados en gran gama hoy en día, que tienen como función el de suministrar aire en el concreto en forma de burbujas y de esa forma mejorar su manejabilidad y la durabilidad en ambientes donde el concreto estará expuesta a las bajas temperaturas, por lo que aumenta la resistencia del concreto al congelamiento, además de reducir la segregación mientras se vierte la pasta plástica. Posiblemente al aumentar los vacíos se pierde densidad y por ende resistencia como tal, pero es una situación que puede controlarse conociendo las necesidades finales de la estructura para controlar la cantidad de agua a suministrar.

También encontramos los aditivos acelerantes que sirven para agilizar el tiempo de fraguado final y alcanzar la resistencia en un menor tiempo de lo ordinario, estos aditivos normalmente derivados del cloruro de calcio, deben ser cuidadosamente proporcionados, ya que pueden afectar, en el caso de un concreto reforzado, al acero internamente, lo que perjudicarían el funcionamiento del mismo.

Otros tipos son retardantes, que hacen el efecto contrario del anterior, aumentando el tiempo de fraguado del concreto, que se ve afectado por las altas temperaturas que lo rodea, simplemente minimiza el impacto que produce el fundir concreto en ambientes con altas temperaturas y de esa manera mantener por más tiempo la trabajabilidad de la mezcla.

En la NSR-10 en su sección C.3.6, se citan cada una de los códigos donde se especifican los requerimientos mínimos de cada uno de estos tipos de aditivos.

2.2.4 Acero de refuerzo

El componente primordial para el concreto reforzado, es precisamente el acero de refuerzo, que esta comprendido por muchas características que lo hacen un material esencial para los efectos contraproducentes que las cargas externas le producen al concreto, y que este no es capaz de soportar, como es el caso de la tracción.

Es claro decir, que la resistencia tanto a la compresión como a la tracción que posee el acero, lo hace un material excepcional para cualquier tipo de estructura, sin embargo su alto costo, es lo que lo han llevado a combinarlo con el concreto propiamente, y de esa manera suplir la necesidades que tiene este con la resistencia a la tracción. Es por esta razón que en elementos, como por ejemplo una viga de concreto reforzado, el concreto cumplirá la función de resistir los esfuerzos que se producen a compresión y el acero colocado en forma de barras cerca de la cara de tensión resistirá los esfuerzos de tracción producto de la flexión en la viga.

Además instalando acero adicional se podrá resistir los esfuerzo de tensión diagonal producto del cortante en la viga. Otra ventaja esta en el hecho, que gracias a capacidad de resistencia a la compresión, también puede ser utilizadas en elementos de concreto como las columnas, donde el principal esfuerzo esta dado a la compresión, y de esa manera disminuir el área de sección transversal influyente. Aunque es importante tener en cuenta que aunque un elemento este sometido y diseñado a esfuerzos de compresión, siempre es bueno instalar un acero de refuerzo mínimo para contrarrestar cualquier efecto de flexión que se pudiera presentar.

A pesar que tanto el concreto como el acero, son materiales con propiedades y características diferentes, al momento de combinarlos para formar al concreto reforzado, este debe comportarse como un único material, capaz de deformarse de forma conjunta, por lo que la adherencia de estos dos materiales debe ser lo suficientemente fuerte para que no se presente movimiento entre las barras de acero y el concreto que lo rodea. Tal comportamiento, se produce por la adhesión química entre el concreto y el acero, por la

rugosidad de ambos materiales y los resaltos superficiales que se presentan en las barras de acero hechas en caliente, denominadas barras corrugadas, que satisfacen los requerimientos mínimos establecidos por las normas vigentes.

Otras características que hacen que estos dos materiales trabajen bien en conjunto están relacionadas con la protección que le hace el concreto al acero, protegiéndolo de los efectos del ambiente como la corrosión, así como aislante contra el fuego y las altas temperaturas al acero, el cual pierde resistencia al ser expuesto a dichas temperaturas y como la conductividad térmica del concreto es baja, este lo protege de forma eficaz. Esto sin contar que los coeficientes de expansión térmica de ambos materiales es muy próxima, por lo que sus cambios de volumen por el cambio de temperatura es casi que proporcional.

El acero de refuerzo comúnmente se consigue en forma cilíndrica en barras denominadas varillas que oscilan entre un número de diámetro de entre 3/8" y hasta 1-3/8"; aunque existen varillas de mayor diámetro que solicitan en menor proporción, y que normalmente solo se consiguen a pedido. La combinación del acero con el concreto estructural, se realiza de una manera sencilla en la obra de construcción, donde las varillas de refuerzo se colocan en los moldes de fraguado, conocidas como formaletas, antes de vaciar el concreto y así una vez endurecido, este recibirá los esfuerzos producto de las cargas aplicadas.

La NSR-10 establece los códigos de cada una de las especificaciones que deben tener las barras en cuestión para ser utilizados como material estructural en elementos de concretos reforzados. Además exige ciertos requerimientos mínimos para la utilización de las barras de acero, que varían entre sus características; como por ejemplo, diámetro mínimo, superficie de la varilla, soldaduras, capacidad máxima de carga, entre otras que se explicarán a continuación. En primer lugar y como requisito fundamental para el uso de barras de acero en el diseño de estructuras de concreto reforzado la NSR-10 nos indica que el refuerzo debe ser corrugado [C.3.5] y de esa manera aumentar la fricción entre el acero y el concreto. En la figura 5.2.3-1 se pueden apreciar los diversos tipos de barras corrugadas

que se pueden encontrar en el mercado. Como se ha dicho antes, estas barras deben satisfacer los requisitos mínimos dados en las normas.

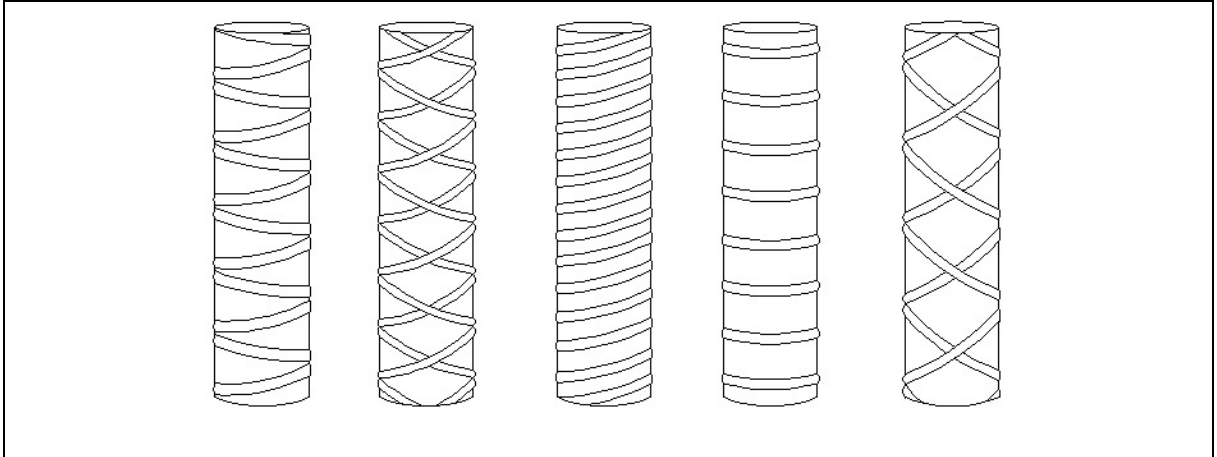


Figura 2.2.4-1 Tipos de barras de refuerzo corrugados.

Sin embargo la norma muestra unas excepciones en el uso de refuerzo no corrugado: *El refuerzo liso sólo puede utilizarse en estribos, espirales o tendones, y refuerzo de repartición y temperatura. Además, se pueden utilizar cuando el Título C del Reglamento NSR-10 así lo permita: refuerzo consistente en pernos con cabeza para refuerzo de cortante, perfiles de acero estructural o en tubos, o elementos tubulares de acero.* [C.3.5.1]

Ahora bien, la NSR-10 en su sección C.3.5.3 especifica las diversas características que deben tener las barras de refuerzo corrugado, indicando las normas con las cuales deben cumplir dichas barras, el modo de uso y considera diferentes aspectos como se establece en: *Las barras de refuerzo corrugado deben ser de acero de baja aleación que cumplan con la norma NTC 2289 (ASTM A706M). Se permite el uso de barras de acero inoxidable fabricadas bajo la norma ASTM A955M siempre y cuando cumplan a su vez los requisitos de NTC 2289 (ASTM A706M). Además deben tenerse en cuenta los siguientes aspectos:*

(a) La resistencia a la fluencia debe corresponder a la determinada por ensayos sobre barras de tamaño completo. Los esfuerzos obtenidos por medio del ensayo de tracción

deben calcularse utilizando el área nominal de la barra tal como se indica en las Tablas C.3.5.3-1 y C.3.5.3-2.

(b) No se permite el uso de acero corrugado de refuerzo fabricado bajo las norma NTC 245, ni ningún otro tipo de acero que haya sido trabajado en frío o trefilado, a menos que esté explícitamente permitido por la norma bajo la cual se fabrica cualquiera de los materiales permitidos por el Reglamento NSR-10. [C.3.5.3.1]

Las siguientes tablas muestran las dimensiones nominales de las barras de acero y algunas de sus características, tal y como lo indica la NSR-10.

(Diámetros basados en milímetros)				
Designación de la barra (véase la nota)	DIMENSIONES NOMINALES			Masa kg/m
	Diámetro mm	Área mm ²	Perímetro mm	
6M	6.0	28.3	18.85	0.222
8M	8.0	50.3	25.14	0.394
10M	10.0	78.5	31.42	0.616
12M	12.0	113.1	37.70	0.887
16M	16.0	201.1	50.27	1.577
18M	18.0	254.5	56.55	1.996
20M	20.0	314.2	62.83	2.465
22M	22.0	380.1	69.12	2.982
25M	25.0	490.9	78.54	3.851
30M	30.0	706.9	94.25	5.544
32M	32.0	804.2	100.53	6.309
36M	36.0	1017.9	113.10	7.985
45M	45.0	1590.4	141.37	12.477
55M	55.0	2375.8	172.79	18.638

Nota: La M indica que son diámetros nominales en mm.

Tabla 2.2.4-1 Dimensiones nominales de las barras de refuerzo. (Tabla C.3.5.3-1 de la NSR-10)

(Diámetros basados en octavos de pulgada)

Designación de la barra (véase la nota)	Diámetro de referencia en pulgadas	DIMENSIONES NOMINALES			Masa kg/m
		Diámetro mm	Area mm ²	Perímetro mm	
No. 2	1/4"	6.4	32	20.0	0.250
No. 3	3/8"	9.5	71	30.0	0.560
No. 4	1/2"	12.7	129	40.0	0.994
No. 5	5/8"	15.9	199	50.0	1.552
No. 6	3/4"	19.1	284	60.0	2.235
No. 7	7/8"	22.2	387	70.0	3.042
No. 8	1"	25.4	510	80.0	3.973
No. 9	1-1/8"	28.7	645	90.0	5.060
No. 10	1-1/4"	32.3	819	101.3	6.404
No. 11	1-3/8"	35.8	1006	112.5	7.907
No. 14	1-3/4"	43.0	1452	135.1	11.380
No. 18	2-1/4"	57.3	2581	180.1	20.240

Nota: El No. de la barra indica el número de octavos de pulgada del diámetro de referencia

Tabla 2.2.4-2 Dimensiones nominales de las barras de refuerzo 2. (Tabla C.3.5.3-2 de la NSR-10)

Al final de la sección C.3.5.3 de la NSR-10 se relacionan algunos tipos de barras de acero que pueden ser utilizadas como refuerzo en ciertas situaciones, como es el caso del alambre corrugado, el alambre electrosoldado, barras galvanizadas, acero recubierto con epóxico y alambre de acero inoxidable, especificando la norma con la cual deben cumplir estos tipos de barras, sea con la NTC, o la ASTM internacional correspondiente.

2.3 MECÁNICA DEL CONCRETO REFORZADO

La característica principal de la ineficiencia del concreto cuando esta sometido a la tracción es la aparición de fisuras o grietas en las secciones involucradas cuando las cargas externas aplicadas en elemento, superan la resistencia del material a este tipo de esfuerzo. Lo que produce una inminente falla cuando se observa la primera fisura.

Es por esta razón, que en un elemento de concreto reforzado, las barras de acero se ubican en tal posición que contrarresten los esfuerzos de tracción que se pueden presentar en el concreto, igualando así, las fuerzas internas del elemento, impidiendo la falla inicial del

concreto a la tracción y resistiendo mayores cargas; aunque se hayan presentado fisuras en el mismo. Por tal razón la falla no se presentará mientras no se alcancen las altas resistencias a la compresión del concreto ni el esfuerzo de fluencia a la tracción del acero.

2.3.1 Tipos y formas del concreto reforzado.

Debido a las características de moldeado en el concreto al momento de vaciarlo en formaleas, existe una amplia gama de formas en las que se pueden presentar estructuras de concreto reforzado, una vez que se puedan acomodar las barras de refuerzo para que trabajen de acuerdo al diseño estructural.

Entre las diferentes estructuras que se construyen con el concreto reforzado se pueden mencionar algunas como; Los sistemas de pisos únicos de concreto reforzado tipo losa plana, placa plana, losa en dos direcciones, losa nervada en una y dos direcciones; Cubiertas de concreto tipo placa plegada, laminas cilíndricas, domos esféricos; Puentes del tipo atirantado, con vigas cajón, tipo arco; Depósitos de almacenamiento tales como, grandes bodegas y tanques elevados.

Las siguientes figuras ilustran algunos de estos ejemplos de estructuras construidas con este material. El diseño y la construcción de este tipo de formas estructurales, va ligado a las necesidades del proyecto, la función a cumplir y los requisitos exigido por el cliente final, teniendo en cuenta la relación costo-beneficio y la seguridad de la misma.

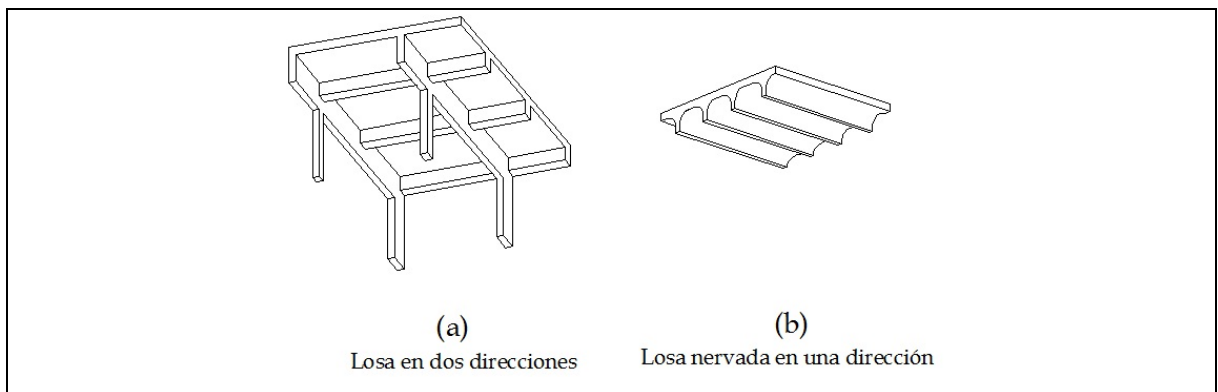


Figura 2.3.1-1 Tipos y formas de losas de concreto reforzado.

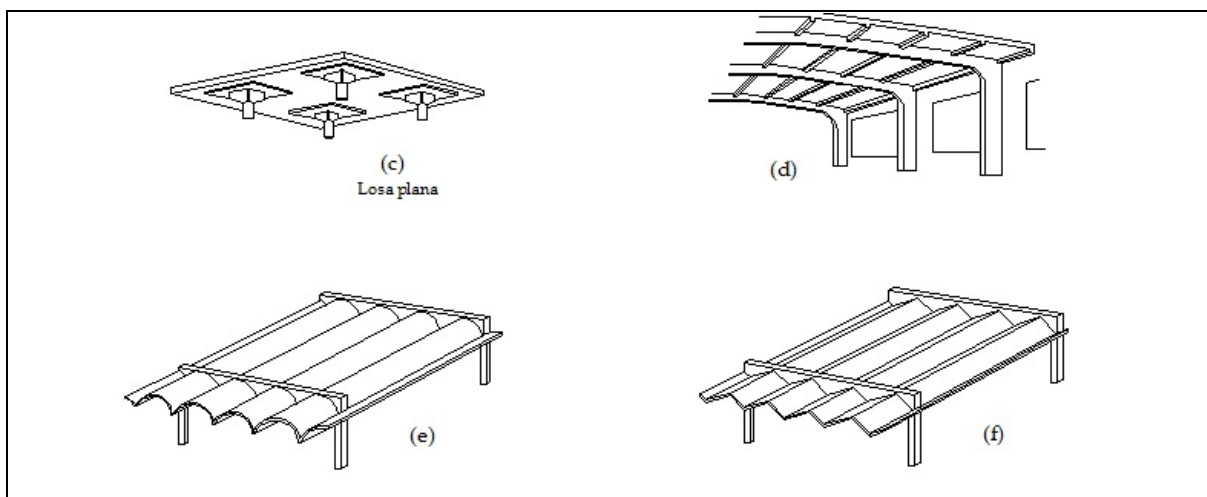


Figura 2.3.1-2 Tipos y formas de estructuras de concreto reforzado.

2.3.2 Elementos de concreto reforzado.

Las estructuras de concreto reforzado; como por ejemplo un edificio, están conformados por un conjunto de diversos elementos, que interactúan entre si, para resistir y transferir las cargas solicitadas a las que esta sometida la estructura completa. Es de esta misma forma como se diseñan las estructuras como tal, considerando cada elemento individual para posteriormente verificar su función con el resto de la edificación. Al final se debe tener en cuenta el modo de transferencia que exista entre cada elemento y la manera como se comportan las uniones y conexiones entre ellas.

Por nombrar algunos de los diferentes elementos que se pueden encontrar en una estructura tenemos; poniendo como ejemplo la figura 5.3.2-1, un edificio de entrepisos con losas nervadas de apoyos continuos, donde en el segundo piso se observa una losa nervada en una dirección, aquí la losa conformada por una loseta superior que recibe las cargas verticales aplicadas y una serie de viguetas que cumplen la función de recibir dichas cargas de la loseta y transferirlas a las vigas principales perpendiculares para posteriormente llevar las cargas a las columnas quienes al pasar por la cimentación la transfieren al suelo con un área de contacto suelo-estructura que impida una sobrecarga en el terreno y este falle. Para evitar este inconveniente debe tenerse a consideración los estudios de suelos y las recomendaciones realizadas por un ingeniero en el área de geotecnia.

Entonces, cada uno de esos elementos losetas, viguetas, vigas, columnas y zapatas de cimentación, al trabajar en conjunto y a la vez un buen diseño estructural, es lo que conforma una estructura típica de concreto reforzado. Para esto cada elemento tiene sus metodologías de diseño que dependen del sistema de transferencia de carga y el tipo de esfuerzo que se presentan en cada uno de ellos. En este proyecto se mostrará la manera más eficaz para la interpretación y diseño de uno de estos elementos, como es el caso de las vigas de concreto reforzado.

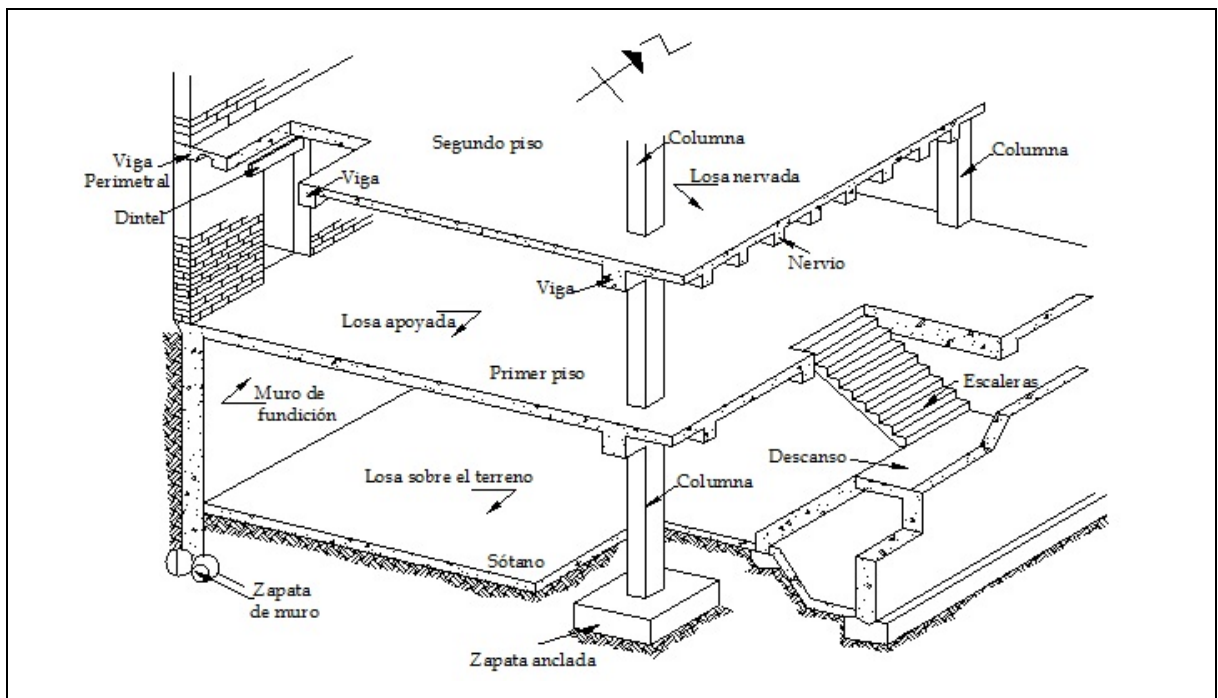


Figura 2.3.2-1 Elementos de una estructura de concreto reforzado.

CAPITULO 3

FUNDAMENTOS DE LA INGENIERIA ESTRUCTURAL

Cuando se inicia un curso de ingeniería estructural, se debe tener claro su objetivo principal; el cual es, el diseño de cada uno de los elementos que conforman una estructura, dicho en otras palabras, la determinación de las dimensiones, refuerzo y condiciones de servicio de cualquier elemento estructural sometido a las diversas solicitudes de carga que se pueden presentar, sean directas, indirectas, de medio ambiente o por causa de un asentamiento del suelo; de tal manera que la estructura sea capaz de cumplir con su función principal durante su periodo de vida útil. Por tal razón, para el diseño, por ejemplo, de una edificación, se emplean los conocimientos técnicos que nos garantizan, con cierto grado de seguridad, el comportamiento que se producirá en dicha estructura, al ser sometida a los diferentes agentes que intervienen en el ambiente que la rodea. Esos conocimientos técnicos se derivan de lo que se conoce como Mecánica Estructural.

Los aspectos a tener en cuenta en la mecánica estructural están dados por la resistencia del material, es decir hasta que punto y que cantidad de carga es capaz de soportar el elemento cuando este llega a su falla; y las condiciones de servicio, en otras palabras la manera en que se producen las deformaciones y fisuras, por causa de las cargas aplicadas en el elemento.

A continuación se presentará una breve descripción de cada aspecto importante en la ingeniería estructural desde sus inicios relacionados con el diseño, la práctica, las hipótesis y de como a afectado a lo largo de la historia el uso adecuado de dicha información entregada por lo códigos y normas con los que a diario convive un ingeniero en el ámbito del diseño estructural. La idea es mostrar al estudiante la evolución que ha tenido la ingeniería estructural explicando con detalle las características que componen a los diseños utilizados anteriormente y que conforman a los de hoy en día; los cuales serán explicados en los capítulos venideros.

3.1 HISTORIA DEL DISEÑO ESTRUCTURAL

3.1.1 Antecedente de la ingeniería estructural

Desde tiempos muy antiguos, existen estructuras de gran envergadura que han sido construidas por el ser humano donde se ha requerido el uso de la ingeniería estructural como base; tal es el caso, de la época de los egipcios y sus grandes pirámides. Sin embargo, fue sólo hasta 1638 cuando Galileo intentó analizar una viga en voladizo, que la ingeniería estructural es considerada como ciencia, posiblemente antes de eso, los criterios utilizados estaban basados en modelos empíricos.

A pesar de eso, la primera persona que podría considerarse como ingeniero estructural de la historia, es el egipcio Imhotep, constructor de la pirámide escalonada de Sakkara incorporándole únicamente elementos como vigas y columnas como base de su sistema estructural. Posteriormente civilizaciones como la Éufrates y los Asirios ubicados en la región del alto de Tigris, quienes incorporaron al arco como un elemento estructural.

Los precursores del uso de la mecánica estructural fueron los griegos, que con las ideas de grandes personajes de la época como Aristóteles y Arquímedes, contribuyeron con el estudio del movimiento y el equilibrio de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo que se encuentre en reposo. Sin embargo, fueron los romanos quienes aprovecharon dichos conocimientos y desarrollaron la ciencia de la ingeniería estructural para ser aplicadas en sus grandes obras de construcción en puentes y acueductos, utilizando en un rango amplio el sistema arco estructural con vigas y columnas. Pueden que no hayan aportado mucho al mundo de la ciencia pero fue gracias a su ingenio que la ingeniería estructural avanzó con el uso de materiales que llevaron a sus grandes construcciones de arte.

Después de un tiempo de sequía en la ciencia, producto de la edad media, fue hasta el siglo XV donde Leonardo da Vinci, introdujo el concepto de momento de una fuerza, caracterizando el efecto de giro que se produce en los cuerpos. En el siglo XVI se utilizaron las primeras cerchas con barras rectas unidas mediante nudos diseñados con el uso de la

estática considerando la aplicación de las cargas sobre dichos nodos. El siglo XVII con los aportes de Galileo se da inicio con lo que se conoce como la resistencia de los materiales, un requisito fundamental para el diseño actual de estructuras. Y fue hasta principios del siglo XVIII cuando Isaac Newton con su aporte del principio de acción y reacción que llevo al mundo de la ingeniería estructural al calculo de esfuerzos en los elementos de una estructura, esto con la idea de; que *por cada fuerza que actué sobre un cuerpo, este realizará una fuerza igual pero de sentido contrario*.

Con la llegada del siglo XIX y XX, el desarrollo de modelos matemáticos llevaron al cálculo de estructuras a otro nivel, analizando y corroborando con la aplicación de ensayos de laboratorios una serie de datos básico para el estudio actual de diseño. Como es el caso de estudios realizados por Castigliano y Mohr, así como muchos otros, quienes iniciaron con el estudio de los esfuerzos internos que se producen en un elemento estructural cuando es sometido a cargas externas, dando como resultado el comienzo de un diseño eficiente de estructuras.

3.1.2 Evolución de los códigos y normas de diseño

En los inicios del siglo XX, bajo la dirección del profesor Emil Morsch de la Universidad de Stturgard (Alemania) se presentó el primer ejemplar de normas relacionadas con el uso del concreto reforzado en la construcción de edificaciones, el cual fue impreso y editado en Prusia en el año de 1904. Dichas normas fueron utilizadas en países como Francia, Inglaterra, Austria y Suiza durante la primera década de dicho siglo.

Para el caso del continente americano, fueron los estadounidenses, quienes iniciaron con la promulgación de códigos y normas que regularían las métodos de construcción de la época por medio de la conformación de grupos y asociaciones como es el caso de la Asociación Nacional de Usuarios del Cemento (NACU), que en 1910 presentaron regulaciones para el uso del concreto reforzado en la construcción. Asociación que para 1913 ya era conocida como el Instituto Americano del Concreto (ACI).

En esta primera década del siglo XX se realizaron varias investigaciones y consultas sobre libros publicados del concreto reforzado liderado por un comité conformado por la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles (ASCE), la Sociedad Americana para Ensayo de Materiales (ASTM), la Sociedad Americana de Ingenieros Ferroviarios (AREA) y la Asociación de Cemento Portland (PCA). El informe final de este comité fue publicado en 1916, lo que a partir de ese momento, la historia de los códigos en nuestro continente fueron desarrolladas y lideradas por el ACI, publicando diferentes versiones a medida que se actualizaba y se iban agregando nuevas cosas hasta nuestros días.

Los códigos de diseño y construcción de estructuras de concreto reforzado están basados en los límites que nos permiten el uso y el buen comportamiento de los materiales, análisis, diseño estructural, construcción, mantenimiento, durabilidad y rehabilitación de toda estructura. Sus rangos de trabajo y los requerimientos mínimos que garanticen un buen funcionamiento de esta. Todo con el fin de mantener la protección y seguridad de todas las personas y/u objetos involucrados. Es decir, un código de diseño y construcción previene a la población de los daños y perjuicios ocasionados por las fallas e inadecuadas prácticas de la construcción.

Hay que tener muy claro, que los códigos no son manuales ni procedimientos de algún tipo de trabajo de ingeniería, ni un libro de diseño estructural, la idea no es quitarle el juicio de diseñador o al ingeniero calculista, simplemente son los requerimientos mínimos que garantizan la seguridad de la estructura. Eso sí, teniendo claro, la responsabilidad de todo calculista con la seguridad, confiabilidad y economía de su estructura.

La normativa dictada por los códigos publicados por el ACI, son los más comúnmente utilizados en nuestro continente; aunque cada nación está en libertad de escribir o adoptar su propio código de diseño y de esa forma garantizar el buen comportamiento de cualquier estructura durante su vida útil de servicio.

Para el caso de Colombia, no fue la excepción; ya que el uso de los códigos estadounidenses como el ACI-318, han sido fundamentales para el diseño y construcción de las estructuras de concreto reforzado, haciendo traducciones de los códigos de 1977 por medio del Instituto colombiano de Productores de Cemento. Sin embargo, ya en la década de los 70' se venían realizando estudios relacionados con la sismicidad de nuestro país, considerando los sismos que se habían presentado en varias regiones a finales de la década, y que habían representado daños severos, que conllevaron a la elaboración de normas de diseño y construcción con el concreto reforzado. Fue entonces, que para finales de 1981 se publica la norma INCONTEC-2000, para la construcción de estructuras de concreto reforzado y la norma ACIS-100 para el diseño sísmico.

No obstante el hecho que hizo que en Colombia se tomara una mayor precaución y que genere el inicio de una nueva etapa en el diseño de estructuras, fue el sismo del 31 de marzo de 1983 en la ciudad de Popayán, que causo grandes perdidas para el país, una tragedia que llevo al gobierno de la época, por medio del ministerio de obras públicas, a general de forma urgente un conjunto de normas para el diseño y la construcción de obras de ingeniería. De ahí, y con la ayuda de la Sociedad Colombiana de Ingenieros (SCI) y la Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS) se elaboró un documento técnico asistido con las recientes normas de INCONTEC-2000 y ACI-100, además del código de estructuras metálicas de Fedestructuras.

Dicho documento sería el primer “Código Colombiano de Construcciones Sismoresistentes”, decretado ley por el entonces Sr presidente de la Republica Dr. Belisario Betancourt, y conocida como el MOP-1400-84. Además se creo la comisión permanente del código por decreto 2170 de 1984, para que constantemente hubiera una actualización como mínimo cada ocho años de los nuevos avances y desarrollos en el ámbito de la construcción.

Años después, en los inicios de los años 90' y con el incremento de la investigaciones en el diseño sísmico de estructuras, comienza la actualización de la norma, produciendo un

documento denominado AIS-100-94, posteriormente denominado ley 400 del 19 de agosto de 1997, llegando a estatus legal en las disposiciones del 9 de enero de 1998, dándole por nombre Norma Sismo Resistente Colombiana NSR-98. La cual describe un panorama sísmico actualizado del país, mejorías que minimizan la vulnerabilidad de las estructuras para futuros sismos, agregando mayores títulos que involucran el diseño de estructuras tanto de concreto reforzado, como el acero y otros materiales. Este documento cambió notoriamente la forma en el que se le veía al diseño de estructuras.

Posteriormente y con las actualizaciones del ACI-318, que se dieron en el presente siglo, la norma colombiana implemento nuevos cambios en varios de los aspectos de diseño estructural y agrego otras disposiciones exigidas por el gobierno nacional, publicando así, en enero del 2010 el nuevo Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR-10. Actual norma que es utilizada para la buena práctica y desempeño, garantizando seguridad y calidad, en el diseño y la construcción por cada profesional que se encuentre involucrado en el ámbito de la ingeniería estructural.



Figura 3.1.2-1 Norma Sismo Resistente Colombiana 2010

3.2 OBJETIVOS DEL DISEÑO ESTRUCTURAL

Cuando iniciamos un curso de ingeniería estructural se deben tener muy claro los objetivos primordiales de cada estructura que conllevan a la buena práctica al momento de realizar su diseño, estos son: Debe ser Apropiada, es decir cumplir con las necesidades del propietario básicas a satisfacción y buen gusto del cliente; Económica, es decir buscar la manera de combinar materiales al menor costo posible sin perder la calidad del trabajo; Segura, es decir capaz de resistir todas las cargas de servicio a las que estará sometida la estructura; y Durable, capaz de mantenerse en buenas condiciones durante su tiempo de vida útil.

Para plasmar estos objetivos en cualquier proyecto estructural, debe tenerse claro un procedimiento adecuado que lleva al buen comportamiento de cada fase de trabajo, estas se podrían enumerar de la siguiente manera:

- *Definición de necesidades y prioridades:* Elegir el personal profesional que coordinará el proyecto en todos sus aspectos.
- *Realización de anteproyectos:* Buscar las posibles soluciones de la necesidad, realización de estudios claves y elección de mejor opción.
- *Ejecución proyecto definitivo:* Se realizan todos los diseños requeridos para dar inicio con la infraestructura de la obra como tal.
- *Construcción de obra e instalación de elementos:* Trabajos en sitio, ensamble de elementos basados en los diseños, verificación y control de calidad de obra.
- *Puesta en servicio y mantenimiento:* Se entrega obra y se verifica comportamiento durante el tiempo de uso.

3.3 HIPÓTESIS PARA UN DISEÑO ESTRUCTURAL

Para la realización y aplicación de los métodos de diseño existentes en la actualidad es muy importante tener en cuenta las hipótesis de trabajo que se utilizan para que la operación matemática se facilite sin perder precisión en el resultado final, dichas hipótesis son las siguientes:

- *Las fuerzas internas en cualquier sección de una estructura deben estar en equilibrio con los efectos de las cargas externas.* Conocida como hipótesis de equilibrio, nos indica que para que un elemento se encuentre en reposo, es necesario que todas las fuerzas que actúan en esta se encuentren en equilibrio.
- *Se debe garantizar la unión perfecta entre el concreto y el acero de refuerzo.* Conocida como hipótesis de adherencia, nos indica que para efectos de trabajo en conjunto de los dos materiales, estos deben comportarse como uno teniendo las mismas deformaciones, lo que se puede mejorar con el uso de barras de acero corrugadas.
- *Las secciones planas antes de la aplicación de las cargas continúan planas después de la aplicación de estas.* Esto lo que nos indica es que la distribución de las deformaciones a lo largo de un material es de forma lineal; aunque sólo sea una situación aproximada que funciona matemáticamente, comprobada por diversos experimentos en los laboratorios.
- *Se considera que la resistencia a la tracción del concreto es despreciable.* Esto puesto que, la resistencia a la tracción del concreto es una pequeña fracción con respecto a la resistencia a la compresión; además cuando un elemento de concreto está sometido a tracción, este se encuentra fisurado perdiendo su resistencia al mismo.
- *El diseño se basa en el comportamiento real tensión-deformación tanto del concreto como del acero de refuerzo y en las propiedades resistentes de cada uno.* Esto va ligado al funcionamiento real de la estructura como tal, llevando los métodos de diseño a

revisar si cada elemento en cuestión se encuentran o no en un rango elástico del material.

3.4 CONSIDERACIONES ESPECIALES – CARGA AXIAL

Antes de entrar en detalle con el diseño a flexión de los elementos de concreto reforzado, consideremos la forma mas sencilla de aplicación de carga a un elemento estructural, el cual esta dado por la fuerza axial, ya sea en compresión o en tracción. Dicha fuerza son cargas opuestas que se desarrollan en cualquier elemento estructural en el sentido de su eje longitudinal, si dichas cargas van en dirección al centro del elemento, se considera carga axial a compresión, si por el contrario van en dirección opuesta, como si jalaran del elemento, se considera tracción. Esta claro que en la vida real es muy poco probable que se presente únicamente dicha fuerza en un elemento estructural; sin embargo es una manera simple de entrar a explicar las metodologías de diseño.

3.4.1 Compresión

Entonces en este primer caso, los principales elementos que se encuentra sometidos a los efectos de la carga axial son las columnas y muros de los edificios por lo que es común el uso del concreto para el diseño de dichos elementos por su alto nivel de resistencia a la compresión. Sin embargo, es recomendable siempre el uso de acero de refuerzo para considerar cualquier posible excentricidad que se pueda presentar evitando así, cualquier esfuerzo diferente a la compresión, como por ejemplo esfuerzos de flexión.

Además de lo indicado anteriormente, el uso de refuerzo en los elementos sometidos a la compresión, también es importante ya que reduce el área de sección transversal de cualquier elemento de concreto simple; esto pues, el acero tiene una mayor capacidad en la resistencia mecánica.

Existen varias formas de combinar el acero de refuerzo con el concreto de las columnas utilizadas comúnmente en los edificios, como por ejemplo; estas podrían depender de la

forma y ubicación en el elemento. Considerando dos básicas que se explican a continuación tenemos:

- Elementos reforzados con barras longitudinales y estribos transversales: utilizados en columnas rectangulares.
- Elementos reforzados con barras longitudinales y espirales continuas; utilizadas en columnas circulares. (ver imagen)

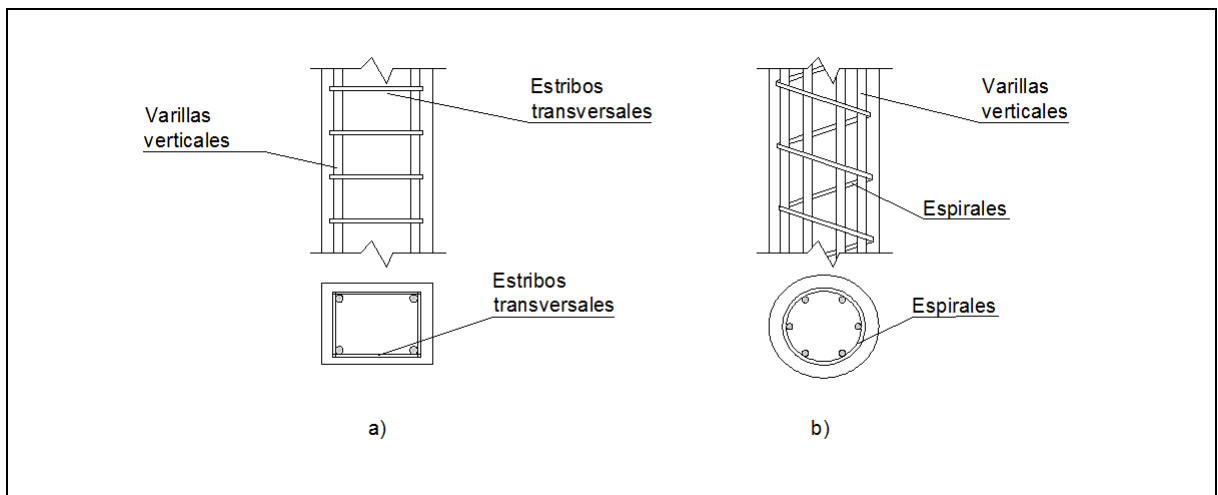


Figura 3.4.1-1 Clasificación según su forma de refuerzo

En la columna rectangular, se observan cuatro barras a lo largo de toda la columna que funcionan como refuerzo principal, rodeadas o amarradas por medio de un refuerzo transversal, denominados estribos, que hacen la bases de evitar cualquier movimiento de las barras principales durante la fundida del concreto y además, contrarrestan el efecto de pandeo en dichas barras que pueden producir fallas en la capa de recubrimiento de concreto en la columna. La otra columna de forma circular, con al menos 6 barras longitudinales manteniéndose en su posición, gracias a la instalación de amarres en forma de espirales que hacen la función de los estribos en una columna cuadrada; sin embargo se ha comprobado experimentalmente que esta última presenta mayor resistencia, gracias al confinamiento que producen la espiral con el concreto, mejorando notoriamente su comportamiento con respecto a las cargas de servicio y sus deformaciones.

Ahora bien, si se considera una columna de concreto reforzado sometida a una carga axial de compresión se puede verificar su comportamiento teniendo en cuenta las hipótesis que indican que al haber una adherencia perfecta entre los dos materiales sus deformaciones unitarias son las mismas. Entonces si se observa la figura 3.4.1-2, la cual nos muestra la curva esfuerzo-deformación del acero (curva a) y del concreto (curva b y c) con una resistencia a la compresión de 420 y 28 MPa respectivamente, de la curva se denota los siguientes aspectos: La curva b es el resultado de hacer un ensayo en una probeta típica en laboratorio, mientras la curva c es forma típica del esfuerzo-deformación del concreto cuando la carga es aplicada lentamente, simulando la aplicación de cargas en un evento real, esto nos indica que la resistencia confiable a la compresión del concreto esta alrededor del 85% de valor obtenido en un ensayo de laboratorio.

Este 85% de la resistencia del concreto, también debe atribuirse al hecho de condiciones que pueden afectar los resultados de un ensayo en laboratorio con respecto a la vida real, como son los métodos de fabricación y compactación que difieren, cuando el concreto es para una probeta de ensayo y cuando es usado en un elemento estructural.

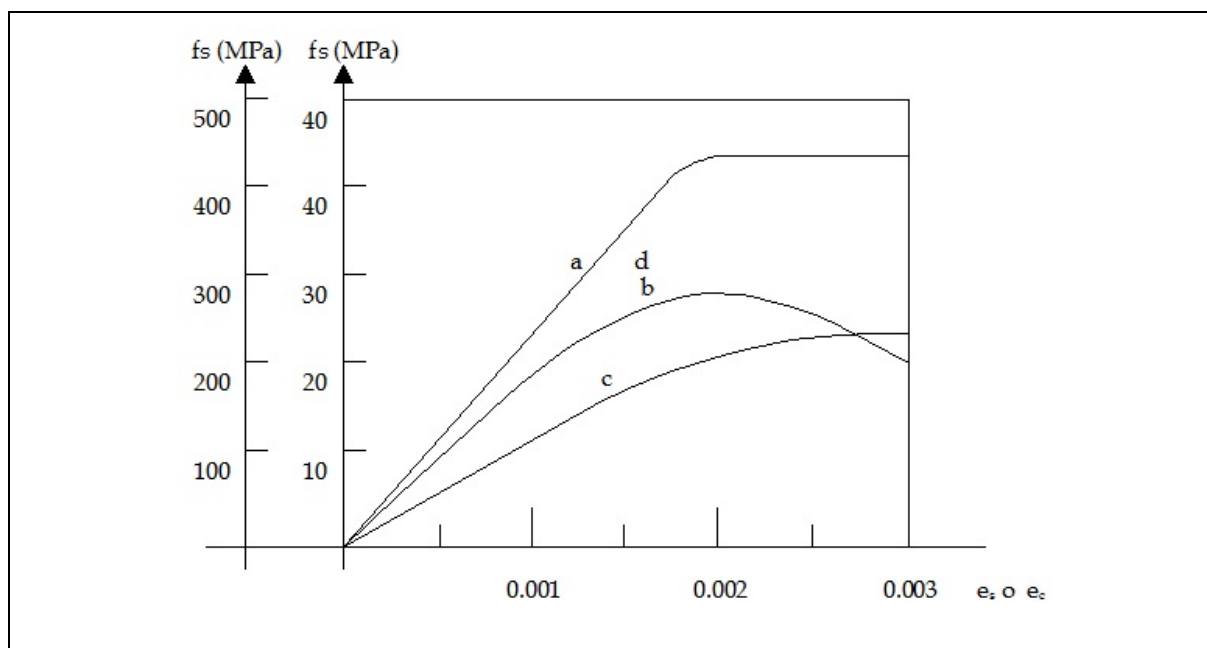


Figura 3.4.1-2 Curva esfuerzo-deformación del concreto y del acero

Otro aspecto que podemos observar es que cuando los esfuerzos producidos por las cargas externas no superan el 50% de la resistencia a la compresión del concreto (f'_c), se podría decir que tanto el concreto como el acero se comportan de una forma lineal en cuanto la deformación y el esfuerzo producido. Tal comportamiento se puede apreciar hasta una deformación de 0.0005 en el concreto y hasta el esfuerzo de fluencia (f_y) a una deformación 0.002 en el acero. Este rango de proporcionalidad entre los dos materiales se conoce como rango elástico del material.

Entonces si las deformaciones del concreto y el acero en este rango y para una determinada carga son las mismas, y teniendo en cuenta la ley de Hooke:

$$f_c = E_c \varepsilon_c \text{ y } f_s = E_s \varepsilon_s$$

Siendo “E” el modulo de elasticidad del material (c: concreto y s: acero) y “ε” las deformaciones unitarias. Ahora si aplicamos el principio de igual deformación tenemos:

$$\varepsilon_c = \frac{f_c}{E_c} = \varepsilon_s = \frac{f_s}{E_s}$$

De donde se obtiene la conocida relación entre f_s y f_c .

$$f_s = \frac{E_s}{E_c} f_c = n f_c$$

n: relación modular en el concreto reforzado

Considerando A_c el área neta del concreto en una sección del concreto y “P” la carga axial aplicada en el elemento:

$$P = P_c + P_s = f_c A_c + f_s A_s = f_c A_c + n f_c A_s = f_c (A_c + n A_s) \quad (\text{Ec. 3.4.1})$$

En este último se observa el término $(A_c + nA_s)$ conocido como el área de sección transformada, vista como un área ficticia de solo concreto que se comporta de forma similar que la sección conformada por acero y concreto, capaz de resistir la carga axial “P” de compresión. Esto se puede observar gráficamente en la figura 3.4.1-3, donde el área de sección transformada es igual al área neta del concreto mas n veces el área de las barras de acero. Debe tenerse en cuenta que en la Ec. 3.4.1, el término “ A_c ” equivale al área del concreto neta de la sección, es decir sin considerar el área que ocupan las barras, por lo que si rellenáramos esa área con concreto la ecuación de fuerza axial quedaría de la siguiente manera:

$$P = f_c(A_c + nA_s) = f_c(A_g - A_s + nA_s) = f_c(A_g + (n - 1)A_s) \quad (\text{Ec. 3.4.2})$$

Es muy importante tener en cuenta que las anteriores ecuaciones solo son válidas en situación donde el concreto reforzado se comporta en el denominado rango elástico. Para el caso cuando las cargas sobrepasen el 50% de la resistencia del concreto f'_c ; es decir, el concreto alcanza su rango inelástico, deben utilizarse las graficas de esfuerzo deformación halladas experimentalmente y determinar las deformaciones con respecto al esfuerzo aplicado.

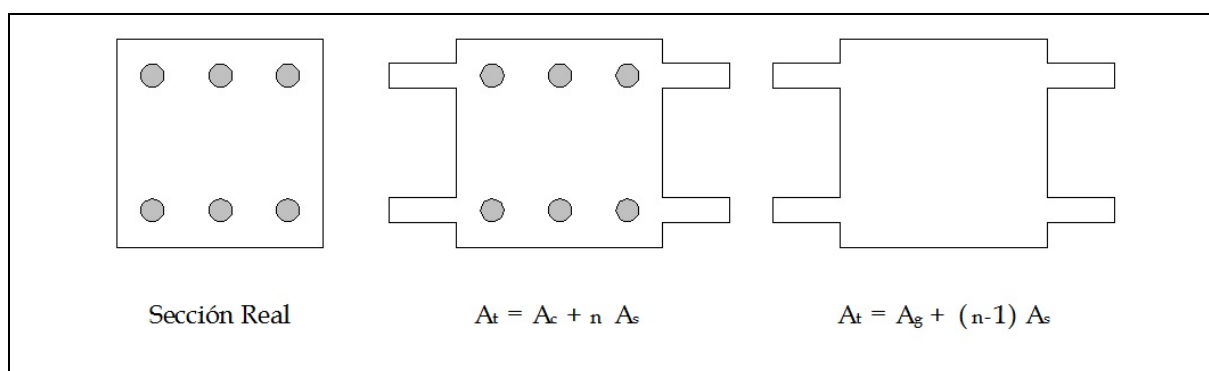


Figura 3.4.1-3 Área de sección transformada

Ahora bien, con la ayuda de los anteriores apuntes, se puede hacer un análisis de resistencia del material compuesto desde el punto de vista seguridad estructural, muy decisivo al

momento de realizar un diseño. En otras palabras es posible encontrar la ecuación que generaliza la capacidad de carga que puede resistir un elemento antes de llegar a la falla, lo que consiste en la carga última para la cual la contribución del acero llega a su esfuerzo de fluencia (f_y) mas aquella del concreto cuando su esfuerzo ha alcanzado la resistencia última de $0,85f'_c$. Esto es, y teniendo en cuenta las gráficas de esfuerzo-deformación, la capacidad nominal a carga axial del concreto reforzado “ P_n ” estará dada por la Ec. 6.4.3.

$$P_n = 0,85f'_c A_c + A_s f_y \quad (\text{Ec. 3.4.3})$$

Donde f'_c : Es la resistencia del concreto a la compresión, la cual esta multiplicada por 0,85, por los requisitos de seguridad, relacionados con el tiempo de aplicación de carga y otros factores descritos anteriormente y

f_y : Es la resistencia a la fluencia del acero que se da cuando la deformación unitaria alcanza el rango de los 0.08, aproximadamente unas 40 veces la deformación del concreto.

3.4.2 Tracción

La resistencia a la tracción en el concreto es una porción pequeña si lo relacionamos con la resistencia a la compresión del mismo; por lo que es muy poco común el uso de concreto en elementos sometidos a tracción. Sin embargo esa pequeña porción es considerada cuando las cargas que se aplican son pequeñas lo suficiente para que sea resistida por el concreto, que con la ayuda de la alta resistencia del acero a la tracción, hacen del concreto reforzado, una combinación eficaz para la resistencia de fuerzas tanto a la compresión como a la tracción. Cuando este es el caso, tanto el concreto como el acero se comportan elásticamente. La ecuación que determina la carga axial de tracción es muy parecida a la establecida por compresión axial, en donde se aplica:

$$P = f_{ct}(A_c + nA_s) \quad (\text{Ec. 3.4.4})$$

En donde f_{ct} es la resistencia a la tracción del concreto, determinado por el ensayo a tracción, teniendo en cuenta lo establecido en la NTC para la elaboración de dicho ensayo. Pero es importante tener presente, que al aumentar la carga el elemento llega rápido a su falla fisurándose dejando de resistir cargas, por lo que el acero resistirá toda la carga axial, dejando la ecuación anterior considerando un concreto reforzado, en el siguiente término.

$$P = f_s A_s$$

Entonces la capacidad máxima de resistencia a la tracción axial, estaría dada, cuando al aumentar la carga el acero llega a su punto de fluencia f_y ; que aunque, el acero después de este esfuerzo puede seguir recibiendo más carga sin llegar a la falla, pero debido a su estado inelástico se vuelve ineficiente y muy poco práctico. Por lo tanto la resistencia máxima a la tracción del concreto reforzado, esta dado por:

$$P_{nt} = f_y A_s$$

A pesar que el concreto no aporte resistencia a la tracción en la capacidad máxima del concreto reforzado, este sigue ocupando un papel importante, con el hecho de ser una capa protectora de recubrimiento para el acero, de todos los agentes del ambiente que pueden afectar el funcionamiento adecuado del refuerzo.

3.5 MÉTODOS DE DISEÑO

Una característica importante que tienen los elementos estructurales es su capacidad de resistencia real, lo suficientemente alta como para soportar, todos los esfuerzo producto de las cargas aplicadas, teniendo un margen de seguridad y evitar que se presente la falla de la estructura como tal. Por lo que un fundamento clave en la ingeniería estructural esta dado por los métodos de diseño existente y confiable que nos lleven a determinar esa resistencia. A continuación entraremos en detalle con dos de los métodos de diseño que hicieron parte

importante en la determinación de la resistencia de algunos elementos como es el caso de la viga de concreto reforzado, denominados Método Elástico y Resistencia Última. En el siguiente capítulo se explicará el método de diseño que actualmente es regido por nuestro reglamento NSR-10.

3.5.1 Método Elástico

El método Elástico de diseño, también conocido como el método de los esfuerzos de trabajo o el método de la línea recta, es uno de los métodos más antiguos de diseño de vigas a flexión utilizado por los ingenieros estructurales, adoptado por las normas y especificaciones a inicios del siglo XX; siendo el ACI, la normativa que acoge este método como principal para el diseño de vigas, aunque para el año de 1941 le hace algunas modificaciones para incluirle el diseño de columnas.

Para el año de 1956, el ACI había considerado este método como único para el diseño estructuras a flexión, pero eso cambio con la introducción del método de resistencia última, reconociendo ambos métodos de igual importancia para el año de 1963, poco a poco este método fue perdiendo la relevancia como método principal siendo en el código del ACI de 1977, donde lo colocaron como método alternativo a pesar de los cambios que había tenido con las investigaciones de la época.

En Colombia por medio del CCCSR de 1984 lo acoge como método alternativo, siguiendo los requerimientos del código ACI del momento. En la norma NSR-98; es incluido en un apéndice, desapareciendo de un todo en la actual NSR-10.

El método se basa básicamente, en determinar el comportamiento que tienen los materiales (concreto y acero) al ser sometido a esfuerzos producto de las cargas externas, denominadas cargas de servicio, teniendo en cuenta las diversas combinaciones que nos exigían las normas para su uso. Siendo la NSR-98 en su momento las que proponía las siguientes:

- D (B.2.3-1)
- $D + L$ (B.2.3-2)
- $D + W$ (B.2.3-3)
- $D + 0.7E$ (B.2.3-4)
- $D + L + W$ (B.2.3-5)
- $D + L + 0.7E$ (B.2.3-6)

No utiliza ningún factor de seguridad en la determinación de dichas cargas; aunque tiene algunas consideraciones especiales, relacionadas con las cargas de viento y sismos, involucra hecho de reducción de carga por volcamiento y otras situaciones dictadas en la norma. También incluye términos como los esfuerzos máximos de trabajo, definidos como los esfuerzos con que el elemento estructural debe estar en capacidad de resistir a fin de evitar la falla de este. La seguridad que brinda este método esta ligado directamente a la capacidad resistente de cada material; es decir, el f'_c del concreto y el f_y del acero.

En relación con los modelos matemáticos utilizados en el diseño elástico se tiene en cuenta el comportamiento de toda viga, basándose en los esfuerzos de tracción y de compresión internos producto de las cargas externas; así y teniendo en cuenta la figura 6.5.1-1; tenemos:

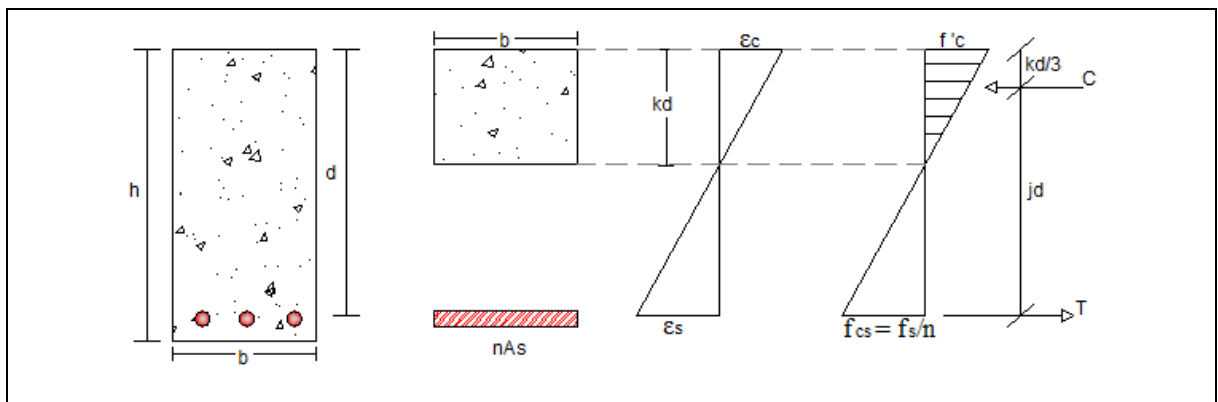


Figura 3.5.1-1 Fuerza internas en una sección de viga

Las fuerzas de compresión (C) controlada por el área del concreto y la de tracción (T) controlada por el acero de refuerzo estarían dadas por:

$$\boxed{C = \frac{1}{2}(f_c \cdot kd \cdot b)} \quad (\text{Ec. 3.5.1})$$

$$\boxed{T = A_s f_s} \quad (\text{Ec. 3.5.2})$$

Igualando estas dos ecuaciones, considerando que debe existir equilibrio entre ellas para que la viga no este en movimiento.

$$C = T$$

$$0.50f'_c bkd = A_s f_s$$

Ahora como ambas fuerzas son en dirección opuesta separadas por una dista “jd” producen un momento de giro, que es igual para el concreto (Mc) y el acero (Ms), por tanto:

$$Mc = C \cdot Jd = (0.50f'_c bkd)Jd = M$$

$$Ms = T \cdot Jd = (A_s f_s)Jd = M$$

Reordenando para “M”, para la compresión

$$0.50f'_c bkd^2 J = M$$

$$\boxed{bd^2 = \frac{M}{0.5f'_c kJ}}$$

Expresión con la que podemos obtener las dimensiones del elemento, y para el caso de la tracción:

$$f_s A_s Jd = M$$

$$\boxed{As = \frac{M}{f_s \cdot Jd}}$$

Expresión con la que se determina el área de acero requerida. Ahora para la determinar los valores de “k” y de “J”; mirando la figura 6.5.1-1 y haciendo relación de triángulos tenemos:

$$\frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d - kd}$$

Pero si sabemos; $\varepsilon_c = \frac{f'_c}{E_c}$; $\varepsilon_s = \frac{f_s}{E_s}$

$$\frac{f'_c/E_c}{kd} = \frac{f_s/E_s}{d - kd}$$

Ahora simplificando y reduciendo la expresión podemos llegar al valor de k:

$$k = \frac{1}{1 + f_s/nf'_c}$$

Finalmente teniendo el valor de “k”; podemos determinar “J”

$$Jd = d - kd/3$$

$$J = 1 - k/3$$

Es importante recordar que dichas ecuaciones sólo son válidas para el cálculo de vigas de concreto reforzado sometidas a la flexión.

3.5.2 Método por Resistencia Última

A lo largo de la historia han existido diversos métodos de diseño como el Diseño de Tensiones de trabajo utilizado hasta los años 60’ también conocido como el Método Elástico de Diseño, explicado en el numeral anterior; sin embargo poco después muy rápido se paso al diseño de la Resistencia Última adoptado por el código ACI-318-77 como

método principal de diseño, haciendo Colombia la adaptación de este en el CCCSR-84, el cual se basa en que la resistencia de diseño de cualquier elemento debe ser mayor a la resistencia requerida, dada por los esfuerzos producidos debido a las cargas mayoradas especificadas tal y como lo indica la norma.

La Resistencia Ultima fue el método más utilizado para el diseño de muchas de las estructuras existentes en la actualidad, basado en el hecho en que la resistencia nominal de un elemento disminuida por un factor de reducción debe ser igual o mayor a las cargas solicitadas de servicio aumentadas por un factor de carga. Escrito con letras esto querría decir:

$$\phi M_n \geq M_u$$

donde el factor de reducción (ϕ) se tiene en cuenta por diferentes razones que pueden afectar la determinación de la resistencia real del material; como es el caso, de la probabilidad que dicha resistencia sea mucho menor que la considerada por los cambios en las características y propiedades de los materiales; además que las ecuaciones utilizadas en el método no son del todo precisas; también por la ductilidad y confiabilidad requerida del elemento cargado junto con la importancia del elemento en la estructura.

La resistencia nominal (M_n) es la capacidad máxima que tiene un elemento o sección transversal de soportar las cargas de servicio, calculada utilizando las hipótesis y metodología del método de resistencia. La resistencia requerida (M_u) es la fuerza ejercida producto de las cargas de servicio, en un elemento estructural, multiplicada por un factor de carga, calculado por los método de análisis de diseño, teniendo en cuenta las combinaciones de carga permitidas por el reglamento de sismo-resistencia existente (NSR-10 capítulo C.9.2)

Los factores de carga, son número mayores que la unidad estipulados por las normas vigentes, que incrementan las cargas solicitadas de servicio; siendo esta la carga

especificada por los códigos de construcción dependientes del tipo de material y algunas especificaciones dadas (fuerza no mayorada).

El método de resistencia última fue generalizado; dándole un enfoque más directo y sencillo a la metodología de diseño; suponiendo que el bloque de compresiones en el concreto de una sección transversal en una viga de concreto reforzado es rectangular; conociéndose como el método de Whitney de la resistencia última.

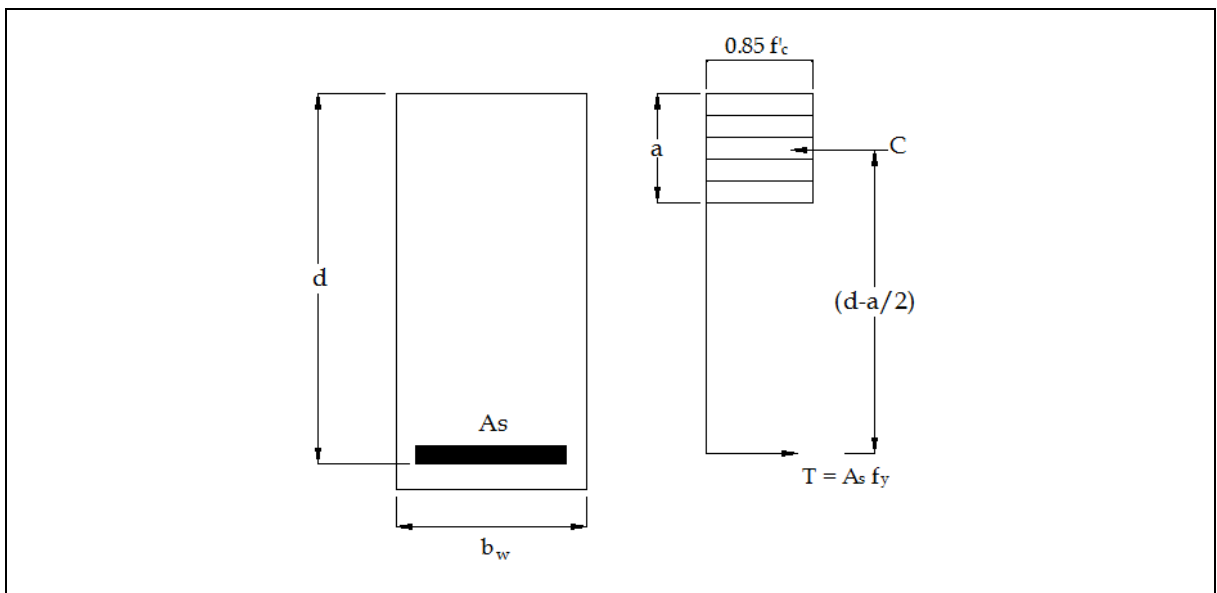


Figura 3.5.2-1 Esfuerzos a flexión, sobre sección transversal según Whitney

Muy parecido a lo visto por el método elástico en el numeral anterior, esta idea conlleva a la elaboración de diversos modelos matemáticos que llegan al final a determinar la resistencia nominal de diseño. Si se observa la figura 6.5.2-1, para que haya condiciones de equilibrio de fuerzas en la sección, tenemos:

$$C = T$$

Remplazando valores:

$$0.85f'_c * b * a = A_s * f_y$$

de donde se puede obtener la profundidad del bloque de compresión (a)

$$a = \frac{(A_s * f_y)}{(0,85 f'_c * b)}$$

Ahora si se hace equilibrio de momento interno:

$$M_n = (C \text{ ó } T) * (d - a/2)$$

Lo que también se puede escribir como:

$$M_n = \rho b d^2 f_y (1 - 0,59 \rho f_y / f'_c)$$

De esa manera la resistencia requerida era igualada con la resistencia última de diseño, para posteriormente ser remplazada en la ecuación de la resistencia última; siendo esta ultima multiplicada por el factor de reducción, dada por:

$$M'_u = \phi \rho f_y * \left[1 - 0,59 \rho \frac{f_y}{f'_c} \right] * b d^2$$

Con lo que al final se puede determinar el porcentaje de acero necesario con respecto al área neta del elemento, denominado cuantía de diseño (ρ). Este valor, determinado de la ecuación cuadrática anterior debía estar comprendido entre un valor mínimo estipulado por la norma y uno máximo afín con la relación balanceada entre el concreto y el acero del elemento, relación que se da cuando el refuerzo de la viga llega a su punto de fluencia justo cuando la deformación unitaria del concreto en la fibra más alejada a la compresión es igual a la supuesta de 0.003.

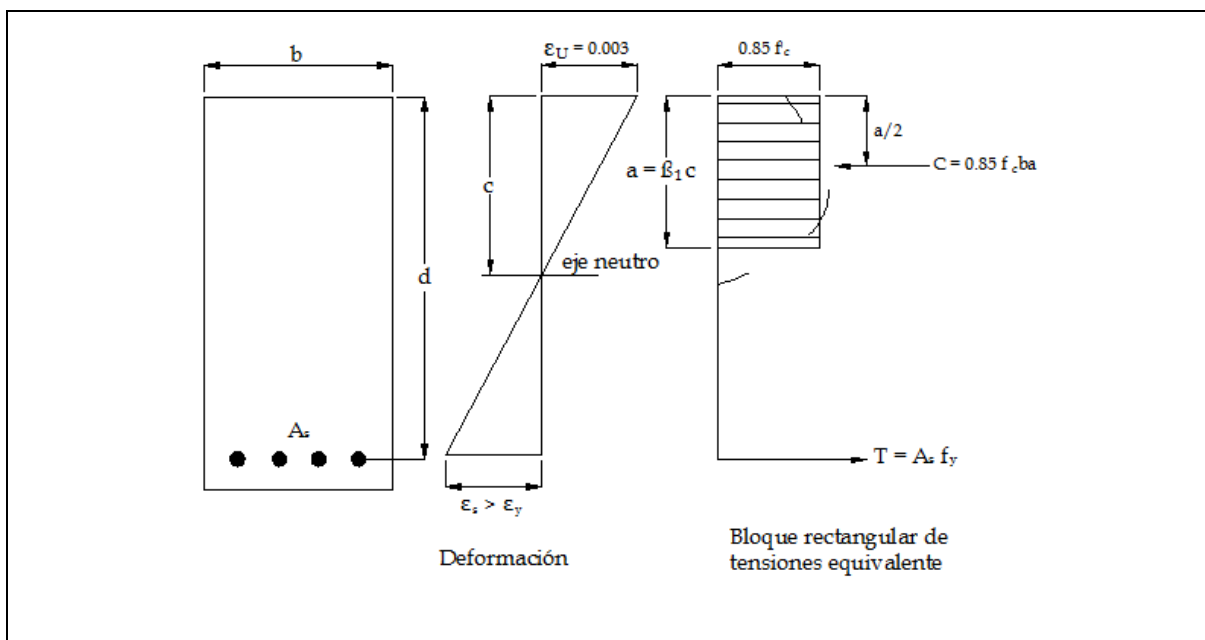


Figura 3.5.2-2 Diagrama de deformaciones en una sección con esfuerzo a la flexión

En el siguiente capítulo se explicará con detalle la metodología de diseño de vigas de concreto reforzado sometidas a esfuerzos de flexión por el Método Unificado de Diseño, con el objetivo de llevar al estudiante de la ingeniería estructural a la aplicación de este método, actualmente vigente y regido por nuestro reglamento NSR-10.

3.6 PREDIMENSIONAMIENTO DE UN ELEMENTO ESTRUCTURAL

Inicialmente cuando se ha de diseñar un elemento estructural como una viga de concreto, se tienen en cuenta diferentes consideraciones que la NSR-10 nos proporciona, dándonos la posibilidad de predimensionar un elemento antes de entregar un diseño definitivo en el que se haya calculado las dimensiones adecuadas que impidan un exceso de deformación y que puedan dañar los elementos no estructurales del sistema en conjunto.

Esto teniendo claro que los elementos estructurales deben ser diseñados para que tengan en cualquier sección una resistencia de diseño al menos igual a la resistencia requerida,

calculada esta última para las cargas y fuerzas mayoradas en las condiciones establecidas en la NSR-10. [C.9.1.1]

Entonces para el caso del predimensionamiento de una viga se hace siguiendo los requisitos establecidos en la tabla C.9.5 (a) de la NSR-10 que indica la altura de las vigas y losas para que no haya necesidad de calcular deflexiones. Esto teniendo en cuenta lo indicado en la norma; *Los elementos de concreto reforzado sometidos a flexión deben diseñarse para que tengan una rigidez adecuada con el fin de limitar cualquier deflexión que pudiese afectar adversamente la resistencia o la resistencia de la estructura.* [C.9.5.1]

Para la base de la viga se puede tomar como la mitad de la altura “h” de la viga, pero no menor a 0.30 m. La siguiente tabla muestra las consideraciones de la norma para el calculo de las dimensiones para elementos que no soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes como lo son las particiones livianas.

Elemento	espesor mínimo, h			
	Simplemente apoyados	Un apoyo continuo	Ambos apoyos continuos	Voladizos
Losas macizas	$\frac{\ell}{20}$	$\frac{\ell}{24}$	$\frac{\ell}{28}$	$\frac{\ell}{10}$
Vigas, o losas con nervios, armadas en una dirección	$\frac{\ell}{16}$	$\frac{\ell}{18.5}$	$\frac{\ell}{21}$	$\frac{\ell}{8}$

- ℓ y h en unidades consistentes
 - Estos valores deben utilizarse directamente para elementos cuyo refuerzo tenga un límite de fluencia de 420 MPa. Para otros tipos de acero de refuerzo, los valores de la tabla C.9-1(b) deben multiplicarse por $0.4 + (f_y/700)$

Tabla 3.6-1 Alturas o espesores mínimos de vigas no preforzadas en una dirección a menos que se calculen las deflexiones. [Tabla C.9.5 (a) de la NSR-10]

Ahora bien, para el caso en que se utilicen particiones y muros divisorios de mampostería se recomienda el uso de la siguiente tabla:

Elemento	espesor mínimo, h			
	Simplemente apoyados	Un apoyo continuo	Ambos apoyos continuos	Voladizos
Losas macizas	$\frac{\ell}{14}$	$\frac{\ell}{16}$	$\frac{\ell}{19}$	$\frac{\ell}{7}$
Vigas, o losas con nervios, armadas en una dirección	$\frac{\ell}{11}$	$\frac{\ell}{12}$	$\frac{\ell}{14}$	$\frac{\ell}{5}$

- ℓ y h en unidades consistentes
 - Estos valores deben utilizarse directamente para elementos cuyo refuerzo tenga un límite de fluencia de 420 MPa. Para otros tipos de acero de refuerzo, los valores de la tabla C.9-1(a) deben multiplicarse por $0.4 + (f_y/700)$

Tabla 3.6-2 Alturas o espesores mínimos de vigas no reforzadas en una dirección que soporten muros divisorios susceptibles a dañarse, a menos que se calculen las deflexiones.

CAPITULO 4

DISEÑO A FLEXIÓN POR MÉTODO UNIFICADO

En primer lugar el término flexión se define como la deformación que experimenta un cuerpo al ser sometido a una carga en dirección perpendicular al eje longitudinal del mismo, produciendo de esa manera esfuerzos de tensión y compresión a cada lado del eje neutro. Es decir, cuando un elemento como una viga de concreto es sometida a una carga “Wu” cualquiera, sea puntual o distribuida, tal y como lo muestra la figura 7.0-1, esta se deformará produciendo flexión en el elemento, las partículas en la parte superior sufrirán compresión mientras que las de la parte inferior se afectarán a la tensión.

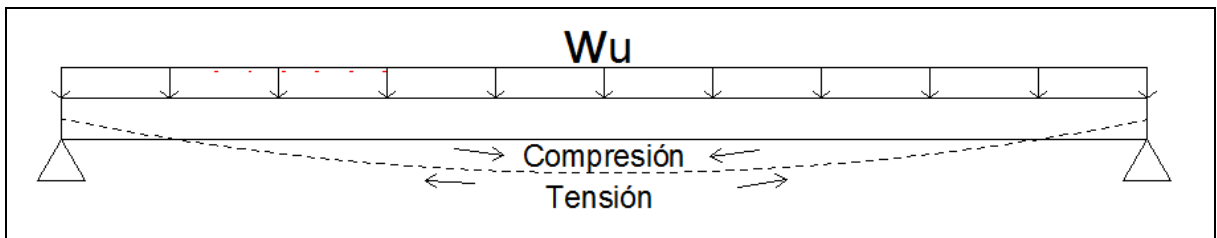


Figura 4.0-1 Viga en flexión

Dependiendo el tipo de material así se deformará y se producirá una falla si el elemento no es capaz de resistir la carga, es por esta razón que se debe realizar el diseño adecuado para determinar las dimensiones y la cantidad de material que sea capaz de soportar la cargas solicitadas. Para ello existen diferentes maneras de diseñar estos elementos, que a lo largo de la historia han venido desarrollando y mejorando para garantizar un eficaz diseño, que para este caso, el de estructuras de concreto reforzado.

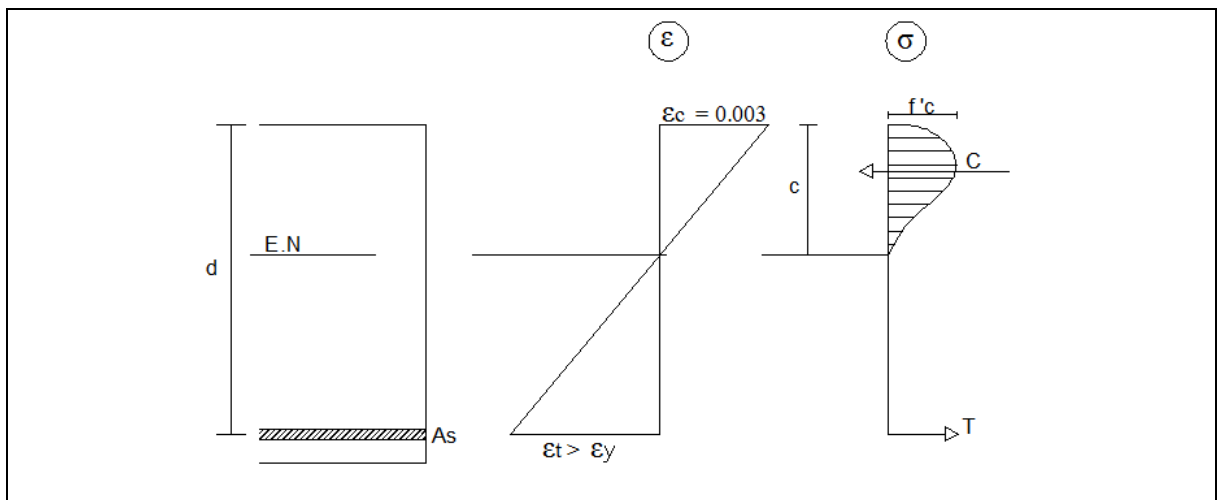
Los elementos que comúnmente se encuentran sometidos a esfuerzos de flexión son las vigas y losas en una estructura, que aunque también deben estar diseñadas para resistir otro tipo de esfuerzo como torsión o cortante, es la flexión la que influye significativamente en el diseño del elemento.

Entre los diversos métodos que se han utilizado para el diseño de elementos sometidos a flexión nos dedicaremos al estipulado por la nueva Norma Sismo-Resistente Colombiana NSR-10, conocida con el nombre de Método Unificado de Diseño, comparándolo con los anteriores métodos y revisando sus semejanzas y diferencias para ser contemplados en la aplicación de estos diseños que se mostrarán al final de este trabajo.

4.1 COMPORTAMIENTO DE LAS VIGAS DE CONCRETO REFORZADO SOMETIDAS A FLEXIÓN

Inicialmente, tenemos que comprender el comportamiento de las vigas de concreto cuando son sometidas a flexión. Teniendo en cuenta que una viga de concreto simple es ineficiente, tal para resistir cargas a flexión debido a que la resistencia a la tracción es solo una pequeña porción de lo que es capaz de resistir a la compresión; por lo que el concreto en su sección sometida a la tensión falla mucho antes, que la falla del lado de la compresión. dando lugar a que se colocan barras de acero del lado de la tensión, elemento con alta resistencia a este tipo de esfuerzo, conservando en todo caso, la ayuda del concreto, una protección adecuada del acero contra el fuego y la corrosión. En una viga de concreto reforzado el acero cumplirá las fases de resistencia a la tracción, mientras el concreto la resistencia a la compresión. Esta combinación de materiales hace del concreto reforzado un compuesto eficaz para la resistencia a los esfuerzo de flexión, claro esta, corroborando el buen funcionamiento en conjunto de los dos materiales por medio de una adherencia adecuada entre ellos, situación que se ve resuelta con el uso de barras de acero corrugado.

Entonces si se toma un viga de concreto reforzado de sección rectangular, sometida a flexión, y se quisiera analizar el comportamiento en una sección transversal, una parte de esa sección transversal estará sometida a esfuerzos y deformaciones de compresión de magnitud variable, mientras que otra parte de la viga estará sometida a solicitaciones de tensión o tracción. La resistencia del concreto a tracción puede considerarse nula pues luego de su fisuración esas tensiones desaparecen y son remplazadas por tracciones en el acero de refuerzo.



*Figura 4.1-1 Diagrama de deformaciones unitarias y de esfuerzos bajo cargas últimas.
Fuente: Temas de Hormigón, Marcelo Romo.*

Por lo tanto y haciendo un análisis del comportamiento de una viga de concreto reforzado, como la que se muestra en la figura 7.1-2, simplemente apoyada y sometida a dos cargas puntuales iguales, generando el diagrama momento flector mostrado; si se incrementan las cargas poco a poco podremos observar las siguientes etapas:

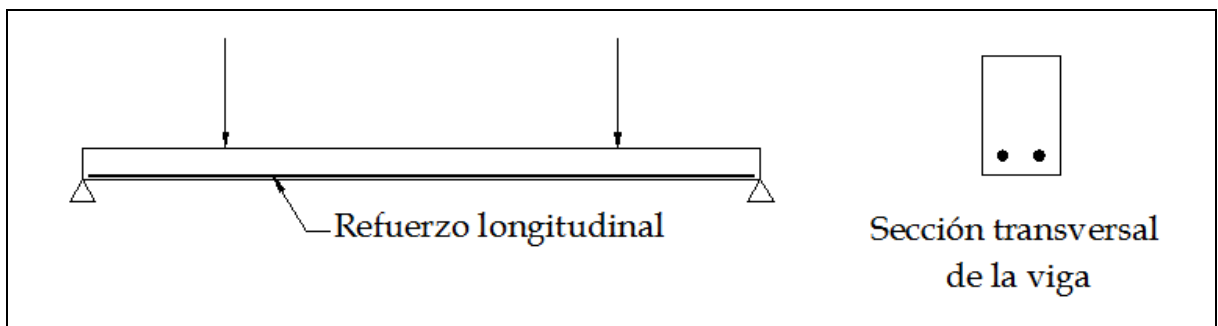


Figura 4.1-2 Viga simplemente apoyada sometida a cargas concentradas

1. Cuando las cargas externas son relativamente pequeñas, los esfuerzos internos de compresión y tracción no superan la resistencia del concreto simple, y por tal razón, no se presentan fisuras de ninguna especie, y el material se comporta de forma óptima. La forma como se distribuyen los esfuerzo se observan en la figura 7.1-3 (a)

2. Si se aumenta la carga externa, la tracción en el concreto casi alcanza la resistencia máxima, y los esfuerzos producto de su deformación son absorbidos por el refuerzo de acero, aún sin presentarse fisuras en el elemento. De esta manera la viga se comporta de modo elástico y la distribución de esfuerzos es la mostrada en la figura 7.1-3 (b)
3. Al aumentar aún más la carga se llega a un estado crítico para el concreto, apareciendo las primeras fisuras extendiéndose hacia el eje neutro de la sección, haciendo que refuerzo absorba los esfuerzos a tracción totalmente; ya que al agrietarse el concreto, este pierde su resistencia y deja de trabajar a la tracción. Se pierde rigidez en el elemento, pues su momento de inercia disminuye, lo que ocasiona mayores deflexiones y por ende ensanchamiento de las grietas en el concreto. La distribución de esfuerzos es casi lineal y aunque al retirar las cargas desaparezcan las grietas, estas reaparecerán de forma inmediata al recargar la viga. En esta situación las cargas corresponden a las propias condiciones de servicio.
4. Ahora si se incrementa la carga solicitada en la viga, en algún momento esta llegará a la falla, la cual se puede presentar de dos maneras: cuando se utilice una pequeña cantidad de acero en relación con el área de la sección transversal de la viga, el refuerzo llegará a su punto de fluencia lo que produce un alargamiento del acero y por ende una deformación de la viga que conlleva a la falla de una manera pasiva produciendo el ensanchamiento de grietas en la parte de tracción llevando a un futuro colapso del elemento. Por otra parte si se utiliza una gran cantidad de acero, el concreto en la sección controlada por la compresión llegará a la falla mucho antes que el acero empiece a fluir, lo que conlleva a una falla repentina o súbita afectando considerablemente al elemento sin ningún tipo de aviso.

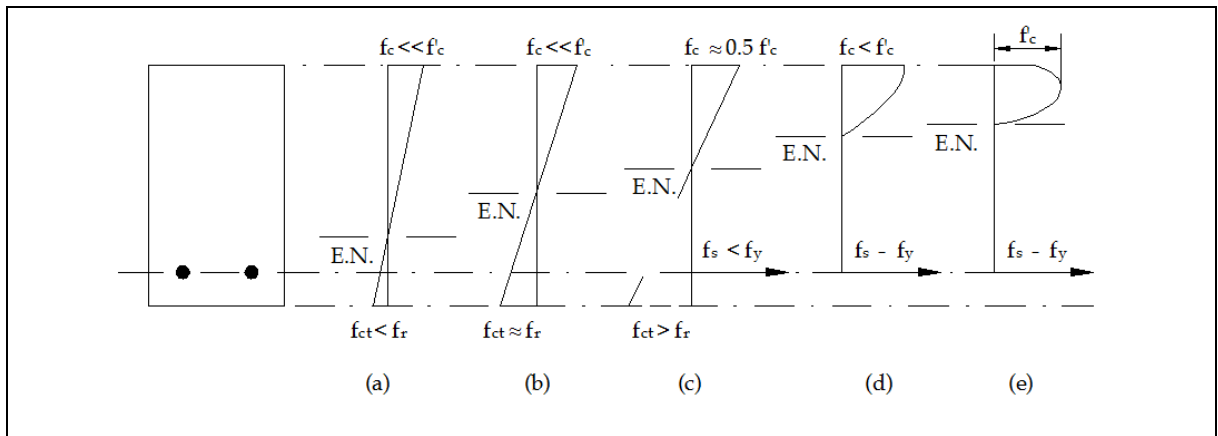


Figura 4.1-3 Variación de esfuerzos y deformaciones con el incremento del momento aplicado

Como se puede observar la cantidad de acero a la tracción es quien controla el tipo de falla de las estructuras sometidas a esfuerzos por flexión, de lo que se puede indicar que el exceso de acero a la tracción es perjudicial para el comportamiento de un elemento al volverla mucho más frágil.

También si la viga no contara con la presencia del acero de refuerzo, la falla se produciría justo después que el concreto pierda su capacidad para resistir esfuerzos a la tensión (tracción); es decir cuando empieza a fisurarse.

Los códigos de diseño ACI y CEC, así como la NSR-10 de Colombia establecen que cuando un elemento trabaja a flexión, el concreto en la fibra extrema sometida a compresión no debe sobrepasar de una deformación máxima unitaria (ϵ_c) de **0.003**, [C.10.2.3]. Además se establece que las deformaciones unitarias en el refuerzo y en el concreto deben suponerse directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro, de esa manera se puede hacer una relación entre la resistencia a la compresión del concreto y la resistencia a la tracción del acero.

4.2 MÉTODO UNIFICADO DE DISEÑO

4.2.1 Requisitos Generales

El Método Unificado tiene mucha semejanza con el Método de la Resistencia Última, el cual sigue basado en el hecho que las estructuras son diseñadas para resistir cargas mayoradas con una resistencia requerida disminuida con un factor de reducción, teniendo una diferencia en la determinación de esos factores que consideran la deformación unitaria neta a la tracción en el acero. Dicha deformación esta basada en la forma como se denominan las secciones del concreto sea controlada por la compresión o controlada por la tracción, tal y como lo indica la NSR-10.

Las secciones se denominan controladas por compresión si la deformación unitaria neta de tracción en el acero extremo en tracción, ϵ_t , es igual o menor que el límite de deformación unitaria controlada por compresión cuando el concreto en compresión alcanza su límite de deformación supuesto de 0.003. El límite de deformación unitaria controlada por compresión es la deformación unitaria neta de tracción del refuerzo en condiciones de deformación unitaria balanceada. [C.10.3.3].

Las secciones son controladas por tracción si la deformación unitaria neta de tracción en el refuerzo de acero extremo en tracción, ϵ_t , es igual o mayor a 0.005, justo cuando el concreto en compresión alcanza su límite de deformación unitaria asumido de 0.003. Las secciones con ϵ_t entre el límite de deformación unitaria controlada por compresión y 0.005 constituyen una región de transición entre secciones controladas por compresión y secciones controladas por tracción. [C.10.3.4].

Al final este método conlleva la misma síntesis que el de la Resistencia Última, buscando un factor de seguridad adecuado que permita realizar un eficaz diseño llevando al elemento a que falle de tal manera que se realicen deformaciones considerables antes que se produzca el colapso total, si se llegase a producir, lo que se hace manteniendo el diseño en secciones

controladas por la tracción. El método diseña elementos que estén sometidos a la flexión y a la compresión dando resultados parecidos a los encontrados con la Resistencia Última.

4.2.2 Suposiciones de Diseño

La NSR-10 dispone de ciertos criterios para el diseño de estructuras de concreto reforzado; indicadas en su sección C.10.2; muestran las suposiciones a considerar para el buen desarrollo de un diseño estructural.

Las deformaciones unitarias en el refuerzo y en el concreto deben suponerse directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro, excepto que, para las vigas de gran altura definidas en C.10.7.1, debe emplearse un análisis que considere una distribución no lineal de las deformaciones unitarias [C.10.2.2]. Esta suposición es muy importante debido a que, con esa proporcionalidad, facilita notablemente el cálculo de la deformación unitaria y el esfuerzo correspondiente en el diseño del elemento.

La máxima deformación unitaria utilizable en la fibra extrema sometida a compresión del concreto se supone igual a 0.003 [C.10.2.3]. Dicho valor ha sido verificado experimentalmente, por varios ensayos de laboratorio demostrando que la deformación unitaria alcanza los alrededores de 0.003 y 0.004 cuando se desarrolla el momento máximo. Esto en condiciones normales de trabajo.

El esfuerzo en el refuerzo cuando sea menor que f_y debe tomarse como E_s veces la deformación unitaria del acero. Para deformaciones unitarias mayores que las correspondientes a f_y , el esfuerzo se considera independiente de la deformación unitaria e igual a f_y [C.10.2.4].

La resistencia a la tracción del concreto no debe considerarse en los cálculos de elementos de concreto reforzado sometidos a flexión y a carga axial, excepto cuando se cumplan los requisitos de C.18.4 [C.10.2.5]. Esto se debe a que la resistencia a la tracción del concreto cuando está sometido a la flexión se encuentra en el rango del 10 al 15 % de lo capaz de

resistir a la compresión, además que producto de los ensayos en laboratorio, es correcto afirmar el hecho de no tener en cuenta al concreto en la resistencia a la tracción cuando las cuantías de refuerzo son normales.

Es importante tener muy en cuenta cada una de estas disposiciones que nos indica la norma y las que se mencionan más adelante en el texto, ya que estas, han sido trabajadas experimentalmente y nos garantizan el buen desarrollo de cualquier proyecto estructural; obteniendo márgenes de seguridad que respalden los diseños de las estructuras de concreto.

4.2.3 Metodología de Diseño

Para hablar en si del diseño tenemos que guiarnos de lo que indica la NSR-10; la relación entre la distribución de los esfuerzos de compresión en el concreto y la deformación unitaria en el concreto se debe suponer rectangular, trapezoidal, parabólica o de cualquier otra forma que de origen a una predicción de la resistencia que coincida con los resultados de ensayos representativos. [C.10.2.6]

Además también nos dice; los requisitos de C.10.2.6 se satisfacen con una distribución rectangular equivalente de esfuerzos en el concreto, definida como sigue:

- *Un esfuerzo en el concreto de $0.85f'_c$ uniformemente distribuido en una zona de compresión equivalente, limitada por los bordes de la sección transversal y por una línea recta paralela al eje neutro, a una distancia $a = \beta_1 * c$ de la fibra de deformación unitaria máxima en compresión.* [C.10.2.7]

Es decir la curva de esfuerzo-deformación en la sección de la viga controlada por la compresión puede ser remplazada por un cubo de esfuerzo igual a $0.85f'_c$, limitada por el ancho de la viga (b) y la altura del bloque de compresión (a), dada como un porcentaje de la profundidad del eje neutro (c). Tal porcentaje es el estipulado en la Norma como “ β_1 ”, el cual es igual a:

- Para f'_c entre 17 y 28 MPa, el factor β_1 se debe tomar como 0.85. Para f'_c superior a 28 MPa, β_1 se debe disminuir en forma lineal a razón de 0.05 por cada 7 MPa de aumento sobre 28 MPa, sin embargo, β_1 no debe ser menor de 0.65. [C.10.2.7.3]

Tal interpretación acogida por la NSR-10 es lo que se conoce como el bloque de compresión de Whitney, quien propuso la utilización de un bloque de compresión rectangular cuya área sea equivalente a la que queda bajo la curva real, y cuyo centro de gravedad coincida aproximadamente con el centro de gravedad de la curva real (*Figura 4.2.3-1*).

Este método propuesto por Whitney ha sido demostrado por medio de ensayos experimentales que llevan a la determinación de la fuerza de compresión a un estado de seguridad de la estructura; ya que se ha encontrado que la posición del eje neutro es ligeramente superior a la de los cálculos por este método, lo que mirándolo desde el punto de vista de seguridad le aumenta la ductilidad a la estructura de concreto.

Entonces el criterio básico de diseño está ligado directamente a la idea dejada por el método de Whitney, donde el principio de trabajo es:

$$\text{Resistencia de Diseño} \geq \text{Resistencia Requerida}$$

Teniendo en cuenta, que la resistencia de diseño (M_n) es equivalente a la resistencia nominal del elemento multiplicada por un factor de reducción (Φ) y la resistencia requerida (M_u) es el momento interno producto de las cargas de servicio multiplicada por un factor de carga estipulado por la norma.

Este criterio es válido para todos los esfuerzos a los cuales debe ser diseñado un elemento estructural, como es el caso del cortante, fuerza axial y torsión.

$$\Phi P_n \geq P_u$$

$$\Phi M_n \geq M_u$$

$$\Phi V_n \geq V_u$$

$$\Phi T_n \geq T_u$$

Ahora, teniendo claro este criterio; la metodología de diseño es su semejanza al método de Whitney y teniendo de referencia la figura 7.2.3-1, se desarrolla de la siguiente manera:

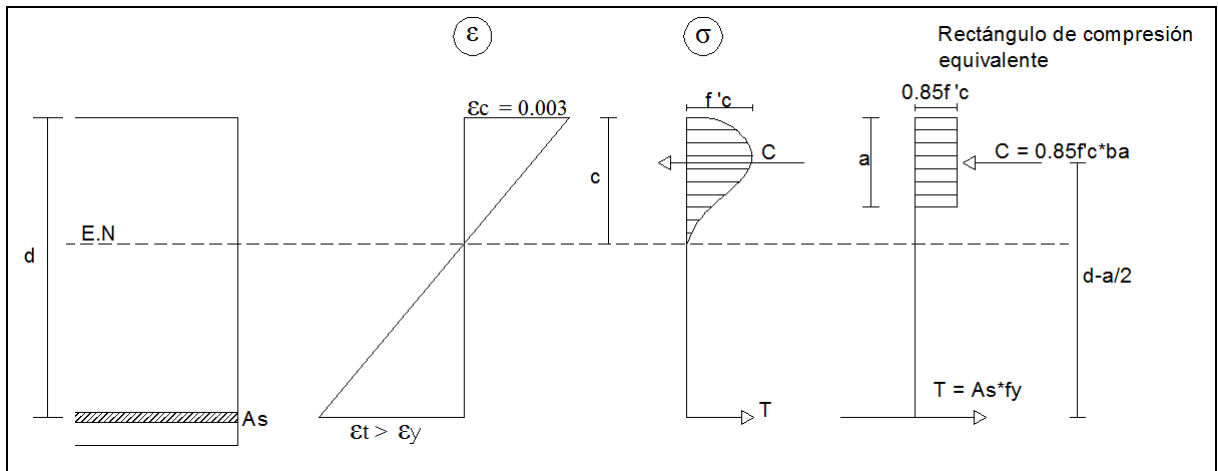


Figura 4.2.3-1 Rectángulo de compresión equivalente bajo cargas últimas.

Realizando equilibrio de fuerzas tenemos

$$T = C$$

o como es lo mismo:

$$As * fy = 0.85f'c * ba$$

de donde podemos determinar la profundidad del bloque de compresión (a):

$$a = \frac{Asfy}{0.85f'c \cdot b}$$

De esta manera para todos los elementos diseñados según la NSR-10, la resistencia nominal a la flexión esta dada por: (equilibrio de momentos internos)

$$Mn = (C \text{ ó } T) * (d - a/2)$$

reemplazando “a” en la ecuación anterior:

$$Mn = Asfy \cdot \left(d - 0.59 \frac{Asfy}{f'c \cdot b} \right)$$

Ahora de acuerdo con la normativa de seguridad de la NSR-10, la resistencia nominal debe reducirse con un factor de reducción de resistencia “Φ” que regirá dependiendo si la sección estará controlada por la tracción o controlada por la compresión:

$$\phi Mn = Asfy \cdot \left(d - 0.59 \frac{Asfy}{f'c \cdot b} \right)$$

Ecuación que puede ser utilizada para determinar la cantidad de “As” necesaria igualando el valor del momento último con el momento nominal (ΦMn = M'u) conociendo los valores de resistencia del concreto (f'c), el acero (fy) y las dimensiones del elemento (b y d).

$$M'u = \phi Asfy \cdot \left(d - 0.59 \frac{Asfy}{f'c \cdot b} \right) \quad (1)$$

Ahora para tener esta ecuación más simplificada, dividiendo ambos lados por bd²f'c:

$$\frac{M'u}{bd^2f'c} = \phi \frac{Asfy}{bd^2f'c} \cdot \left(d - 0.59 \frac{Asfy}{f'c \cdot b} \right)$$

Involucrando dos nuevos terminos a esta ecuación “Rn” y “ω”; siendo:

$$Rn = \frac{M'u}{bd^2} \quad y \quad \omega = \frac{Asfy}{bdf'c}$$

Tenemos:

$$R_n = \phi \cdot \omega \cdot (1 - 0.59\omega) f'_c \quad (2)$$

Como se puede observa el factor de resistencia a la flexión (R_n), sólo depende del término índice de resistencia “ ω ”, y la resistencia del concreto “ f'_c ”, por lo tanto puede ser tabulado fácilmente. En el anexo B de este proyecto se muestran los valores de “ R_n ” para distintos valores de “ f'_c ” en un intervalo del término “ ω ” que depende de la A_{smin} y A_{smax} permitida por la NSR-10.

Ahora bien para determinar el intervalo de “ ω ” se tiene en cuenta lo que nos dice la Norma de las secciones que son controladas por tracción. [C10.3.4] y como la idea es siempre diseñar en el rango cuando la sección esta controlada por la tracción el valor máximo de “ ω ” estará ligado al mínimo valor de la deformación unitaria, la cual sería $\epsilon_t = 0.005$, entonces por congruencia de triangulos según la *figura 4.2.3-2* el valor maximo de la profundidad del eje neutro “ c ” se obtiene:

$$\frac{d}{\epsilon_t + \epsilon_c} = \frac{c}{\epsilon_c} \rightarrow c = \frac{0.003d}{0.008} = 0.375d$$

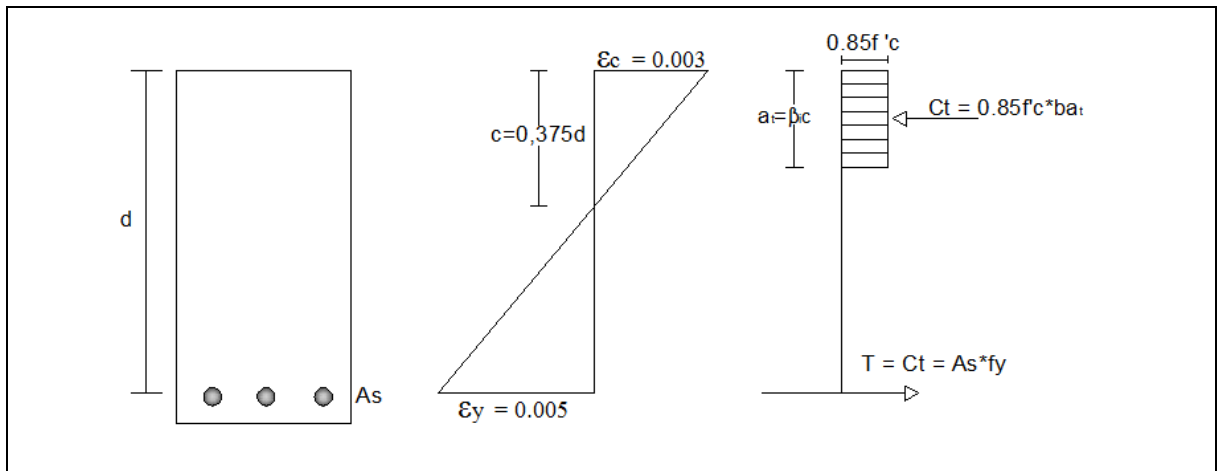


Figura 4.2.3-2 Diagramas de esfuerzo en secciones controladas por la tracción.

Después:

$$a = \beta_t * c = 0.375\beta_t d$$

$$C = 0.85f'c \cdot ba = 0.319\beta_t f'c \cdot bd$$

$$T = As * fy = C \rightarrow As = \frac{T}{fy}$$

$$As = \frac{(0.319\beta_t f'c \cdot bd)}{fy}$$

$$\omega = \frac{Asfy}{bdf'c} = 0.319\beta_t \rightarrow \text{que es el valor que buscamos}$$

Como se puede observar ω_{\max} sólo depende del valor de β_t que a su vez depende de la resistencia del concreto $f'c$.

Para el valor minimo de “ ω ” se tiene en cuenta el As_{\min} , permitido por la norma de:

$$As_{\min} = \frac{0.25\sqrt{f'c}}{fy} \cdot b_w d \geq 1.4b_w d / fy$$

Sabiendo que:

$$\omega = \frac{Asfy}{bdf'c}$$

Siendo $As = As_{\min}$ el valor ω_{\min} estará dado por:

$$\omega = \frac{1.4}{f'c} \rightarrow f'c \leq 32MPa$$

$$\omega = \frac{0.25\sqrt{f'c}}{f'c} \rightarrow f'c > 32MPa$$

Ya teniendo los límites de “ ω ” se puede determinar los valores “ R_n ” con la ecuación (2) y realizar la respectiva tabulación.

Es posible pensar que la metodología de diseño es un poco complicada, sin embargo después de aplicar todos los conceptos aclarados y estudiados en este capítulo se darán cuenta que es de fácil uso y ayudará a comprender los ejercicios planteados en la parte de aplicación de este proyecto. Todo esto con la idea de dar inicio al mundo del DISEÑO ESTRUCTURAL.

4.2.4 Pasos de ayuda para el diseño estructural

Existen varias formas para realizar un diseño de cualquier elemento sometido a flexión, lo cual depende de la información que se tenga de un principio. En los diseño donde es necesario calcular la cantidad de acero requerida para resistir un momento dado con las dimensiones del elemento se puede plantear lo siguiente:

1. Se toma la resistencia requerida M'_u , igual a la resistencia de diseño ΦM_n , y dándole valores al ancho de la viga b y la altura efectiva d , se puede calcular el valor requerido de R_n con la ecuación:

$$R_n = \frac{M'_u}{\phi b d^2}$$

2. Con la tabla del Anexo B y para las resistencia específica del concreto se determina “ ω ”, correspondiente al R_n , interpolando entre los valores dados.

3. Se calcula el área requerida de acero:

$$A_s = \frac{\omega b d f'_c}{f_y}$$

4. Después con la ayuda de las tablas C.3.5.3-1 y C.3.5.3-2 de la NSR-10, se escoge el diametro y la cantidad de barras para suministrar el A_s requerido.

5. Una vez, con la cantidad de acero determinada, se verifica si el elemento se encuentra controlado a la tracción; tal y como no lo exige la NSR-10.
6. Al final se confirma si el ancho de la viga es el apropiado para suministrar las barras seleccionadas y listo.

4.2.5 Ejercicios de aplicación

1. Realizar el diseño a flexión de una viga simplemente apoyada sobre muros de mampostería estructural de 200 mm de espesor, con una luz de 5.0 m, la cual soporta una carga muerta de 12 KN/m y una carga viva de 25 KN/m, con un concreto de 21MPa y acero de 420MPa. Determinar “As” y la altura mínima de diseño.

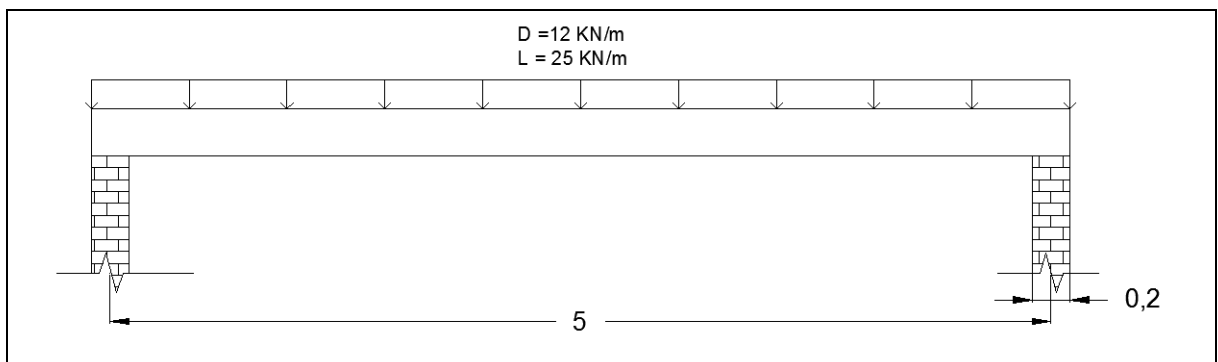


Figura 4.2.5-1 Viga simplemente apoyada.

Solución.

En primer lugar se determina la carga mayorada de diseño, según las especificaciones de la norma en el título B, donde nos muestra las combinaciones de carga mayorada usando el método de la resistencia (NSR-10 B.2.4):

$$W_u = 1.2D + 1.6L = (1.2 * 12) + (1.6 * 25) = \mathbf{54.4 \text{ KN/m}}$$

Por ser una viga simplemente apoyada el análisis estructural con sus cortantes y momento máximo y último resistente están dados por:

$$R1 = R2 = \frac{Wu * L}{2} = \frac{54.4 * 5}{2} = \mathbf{136 \text{ KN}}$$

$$M'u = \frac{Wu * L^2}{8} = \frac{54.4 * 5^2}{8} = \mathbf{170 \text{ KN} \cdot \text{m}}$$

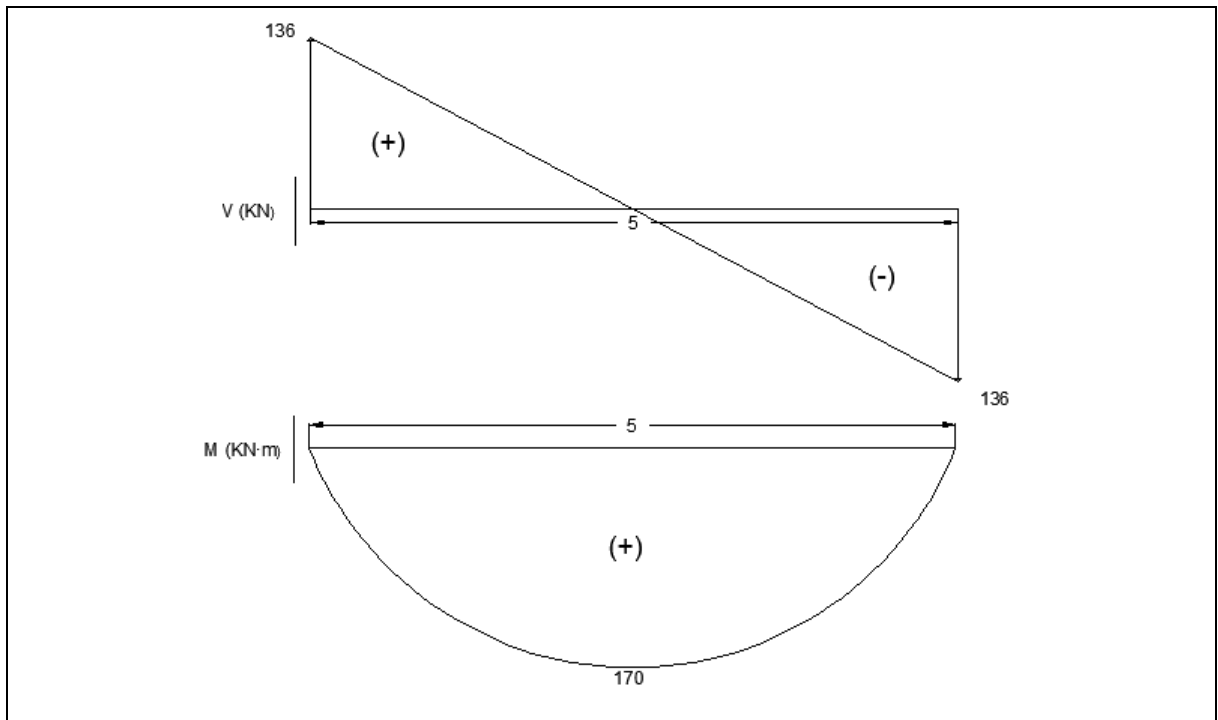


Figura 4.2.5-2 Diagramas de cortante y momento ejemplo 1.

Para el espesor de la viga se toma como referencia la tabla C9.5 de NSR 10 del capítulo C.9 el cual indica; *Las alturas o espesores mínimos establecidos en dicha tabla deben aplicarse a los elementos en una dirección que no soporten o estén ligados a particiones u otro tipo de elementos susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes, a menos que el cálculo de las deflexiones indique que se puede utilizar un espesor menor sin causar efectos adversos*, lo cual para este caso siendo una viga simplemente apoyada:

Para una longitud de luz de 5 m = 5000 mm se obtiene:

$$\frac{L}{16} = \frac{5000}{16} = 312.5 \text{ mm}$$

Lo que puede ser llevado hasta **350 mm**

Diseño

Para el diseño a flexión de la viga se debe tener en cuenta lo establecido en la norma con respecto deformación unitaria máxima de 0.005 en el acero justo al momento cuando la deformación del concreto es el supuesto de 0.003 para que se produzca una situación balanceada o una controlada por la tracción tal y como lo indica la norma en **C.10.3.4** — *Las secciones son controladas por tracción si la deformación unitaria neta de tracción en el refuerzo de acero extremo en tracción, ϵ_t , es igual o mayor a 0.005, justo cuando el concreto en compresión alcanza su límite de deformación unitaria asumido de 0.003.*

Entonces para un $b = 350 \text{ mm}$ y $d = 300 \text{ mm}$ (recubrimiento de 40 mm según la NSR 10 y 10 mm por el diámetro del estribo); tenemos:

$$M'_u \leq \phi M_n$$

$$\phi M_n = A_s f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (1)$$

Además:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c \cdot b}$$

Remplazando en la ecuación (1), se obtiene:

$$\phi M_n = A_s f_y \cdot \left(d - \frac{A_s f_y}{2 * 0.85 * f'_c * b} \right)$$

Entonces para determinar la cantidad de acero usando $M_n = 170 \text{ KN}\cdot\text{m} = 170 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}$; $f_y = 420 \text{ MPa}$; $f'_c = 21 \text{ MPa}$ y $b = 350 \text{ mm}$, tenemos:

$$\phi M_n = A_s f_y \cdot \left(d - \frac{A_s f_y}{2 * 0.85 * f'_c * b} \right)$$

Igualando $M_n = M'_u$; y reemplazando en la anterior ecuación:

$$M'_u = \phi A_s f_y \cdot \left(d - \frac{A_s f_y}{2 * 0.85 * f'_c * b} \right)$$

$$170 \times 10^6 = 0.90 * A_s * 420 \cdot \left(300 - \frac{A_s * 420}{2 * 0.85 * 21 * 350} \right)$$

$$170 \times 10^6 = 0.9 * 420 A_s \cdot (300 - 0.0336 A_s)$$

$$170 \times 10^6 = 113400 A_s - 12.706 A_s^2$$

Resolviendo con la ecuación cuadrática se obtiene:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Siendo $a = 12.706$, $b = -113400$, $c = 170 \times 10^6$

$$A_s = 1906.28 \text{ mm}^2$$

Con este valor debe verificarse deformaciones en el acero para comprobar que el diseño este controlado por la tracción. Para ello:

En primer lugar se determina la profundidad del bloque de compresión:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c \cdot b} = \frac{1906.28 * 420}{0.85 * 21 * 350} = 128.15 \text{ mm}$$

Con esto la profundidad del eje neutro:

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{128.15}{0.85} = 150.77 \text{ mm}$$

Y finalmente la deformación utilizando congruencia de triángulos, tal y como se muestra en la figura:

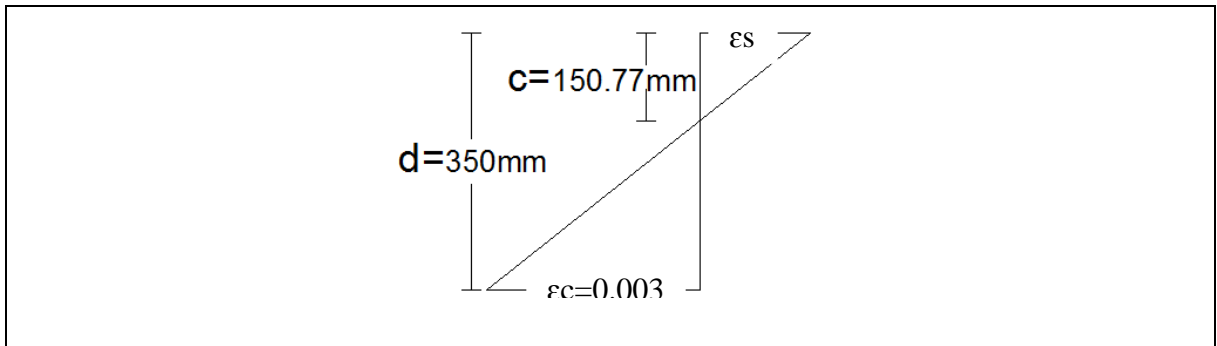


Figura 4.2.5-3 Grafico de deformación ejemplo 1

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(300 - 150.77)}{150.77}$$

$\epsilon_s = 0.00297$ → No satisface la deformación unitaria de 0.005, lo que indica que se encuentran controlado por la compresión. Por tal razón amerita aumentar la sección, entonces:

Para un $b = 350 \text{ mm}$ $d = 350 \text{ mm}$ (considerando la altura de la viga = 400 mm):

$$\phi M_n = A_s f_y \cdot \left(d - 0.59 \frac{A_s f_y}{f'_c * b} \right)$$

$$\frac{M'_u}{\phi} = A_s f_y \cdot \left(d - 0.59 \frac{A_s f_y}{f'_c * b} \right)$$

$$170 \times 10^6 = 0.90 * As * 420 \cdot \left(350 - 0.59 \frac{As * 420}{21 * 350} \right)$$

$$170 \times 10^6 = 0.9 * 420 As \cdot (350 - 0.0336 As)$$

$$170 \times 10^6 = 132300 As - 12.706 As^2$$

Resolviendo con la ecuación cuadrática siendo $a = 12.706$, $b = -132300$, $c = 170 \times 10^6$:

$$As = 1501.47 \text{ mm}^2$$

Nuevamente se verifica deformaciones en el acero para comprobar que el diseño este controlado por la tracción. Para ello:

$$a = \frac{1501.47 * 420}{0.85 * 21 * 350} = 100.94 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{100.94}{0.85} = 118.75 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(350 - 118.75)}{118.75}$$

$\epsilon_s = 0.00584$ → Valor que indica que el diseño esta controlado por la tracción.

Sin embargo según la norma en **C.10.5.1** — *En toda sección de un elemento sometido a flexión cuando por análisis se requiera refuerzo de tracción, excepto lo establecido en C.10.5.2, C.10.5.3 y C.10.5.4, el As proporcionado no debe ser menor que el obtenido por medio de:*

$$As_{min} = \frac{0.25 \sqrt{f'_c}}{fy} \cdot b_w d \geq 1.4 b_w d / fy$$

Para este ejercicio:

$$As_{min} = \frac{1.4 * 350 * 350}{420} = 408.33 \text{ mm}^2$$

$$A_s > A_{s_{\min}}$$

Al final la cantidad de acero puede ser acomodada con **4 barras N° 7 (1548 mm²)**. Para esta área de acero se recalcula la deformación:

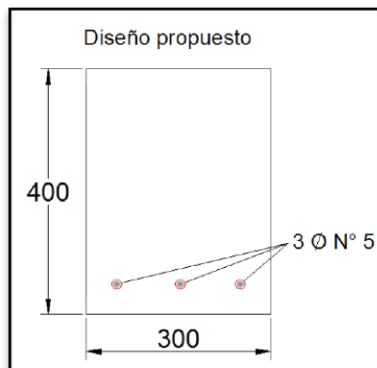
$$a = \frac{1548 * 420}{0.85 * 21 * 350} = 104.07 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{100.94}{0.85} = 122.43 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(350 - 122.43)}{122.43} = \mathbf{0.0055}$$

Lo que sigue estando controlado por la tracción. → **Ok**

2. Revisar el diseño a flexión de una viga con dimensiones de 300x400mm y una luz de 6 metros, reforzada como se muestra en la imagen adjunta, teniendo en cuenta que debe soportar una carga de W=15 KN/m.



$$f'_c = 21 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

Figura 4.2.5-4 Diseño propuesto ejemplo 2

Como se trata de verificar si el diseño de la viga esta correcto con respecto a la carga que debe soportar, se deben determinar los momentos ultimo resistente y compararlo con el momento actuante en la viga.

Para ello en primer lugar se determina el área de acero existente para un $h = 400$ mm, tenemos:

$$d = 400 - 40 = 360 \text{ mm}$$

$$A_s = 3 * 199 = 597 \text{ mm}^2$$

Considerando que el elemento debe estar controlado por la tracción, es decir, $\epsilon_s > \epsilon_y$
Se determina la profundidad del bloque de compresión así:

$$a = \frac{A_s * f_y}{0.85 f'_c * b} = \frac{597 * 420}{0.85 * 21 * 300} = 46.82 \text{ mm}$$

Para determinar la deformación crítica neta a la tracción ϵ_s y ϕ

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{46.82}{0.85} = 55.08 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = \left(\frac{d - c}{c} \right) * 0.003 = \left(\frac{360 - 55.08}{55.08} \right) * 0.003 = 0.0166 \gg 0.005$$

$\epsilon_s > \epsilon_y$, esta controlado por la tracción. El momento nominal sería:

$$M_n = A_s f_y (d - a/2)$$

$$M_n = 597 * 420 * (360 - 46.82/2) = \mathbf{84.396 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}$$

$$\phi M_n = 0.9 * 84.396 \times 10^6 = \mathbf{75.957 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}$$

Con la carga mayorada y las dimensiones de la viga tenemos:

Para un $W_u = 15 \text{ KN} \cdot \text{m} = 15 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$

$$M'_u = \frac{W_u \times L^2}{8}$$

$$M'_u = \frac{1.5 \times 15 \times 6^2}{8}$$

$$\mathbf{M'_u = 101.25 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}$$

Como se observa $\phi M_n < M'_u$; por lo que la viga no esta diseñada para soportar la carga asignada. Para el diseño adecuado se iguala el momento actuante con el último resistente y se determina el acero de diseño:

$$M'_u = \phi M_n \rightarrow$$

$$\phi M_n = A_s f_y \cdot \left(d - \frac{A_s f_y}{2 * 0.85 * f'_c * b} \right)$$

$$M'_u = \phi A_s f_y \cdot \left(d - \frac{A_s f_y}{2 * 0.85 * f'_c * b} \right)$$

$$101.25 * 10^6 = 0.9 * A_s * 420 \cdot \left(360 - \frac{A_s * 420}{2 * 0.85 * 21 * 300} \right)$$

$$101.25 * 10^6 = 378 A_s \cdot (360 - 0.0336 A_s)$$

$$101.25 * 10^6 = 136080 A_s - 14.824 A_s^2$$

Resolviendo con la ecuación cuadrática siendo $a = 14.824$, $b = -136080$, $c = 101.25 \times 10^6$:

$$\mathbf{A_s = 816.71 \text{ mm}^2}$$

Se verifica deformaciones en el acero para comprobar que el diseño este controlado por la tracción. Para ello:

$$a = \frac{816.71 * 420}{0.85 * 21 * 300} = 64.06 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{64.06}{0.85} = 75.36 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(360 - 75.36)}{75.36}$$

$$\epsilon_s = \mathbf{0.01133} \quad \rightarrow \quad \mathbf{Ok}$$

Se verifica área de acero mínima:

$$A_{s_{\min}} = \frac{0.25\sqrt{f'_c}}{f_y} \cdot b_w d \geq 1.4b_w d / f_y$$

$$A_{s_{\min}} = \frac{1.4 * 300 * 360}{420} = 360 \text{ mm}^2$$

$$A_s > A_{s_{\min}}$$

Al final la cantidad de acero puede ser acomodada con **3 barras N° 6 (852 mm²)**. Para esta área de acero se recalcula la deformación:

$$a = \frac{852 * 420}{0.85 * 21 * 300} = 66.82 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{66.82}{0.85} = 78.62 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(360 - 78.62)}{78.62} = \mathbf{0.01074}$$

Lo que sigue estando controlado por la tracción. → **Ok**

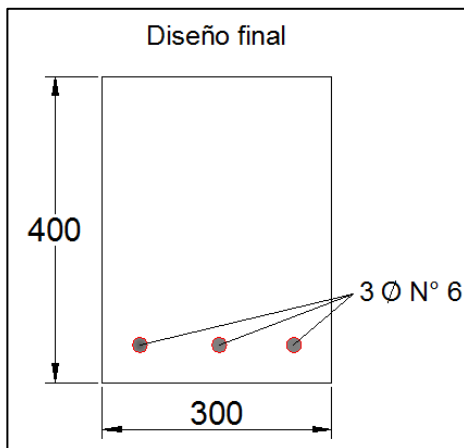


Figura 4.2.5-5 Despiece final ejemplo 2

3. Diseñar la viga continua con $f'_c = 21 \text{ MPa}$ y $f_y = 420 \text{ MPa}$; cargada con $D = 2 \text{ KN/m}$ y $L = 5 \text{ KN/m}$. Determinar la cantidad de refuerzo a flexión para momentos críticos.

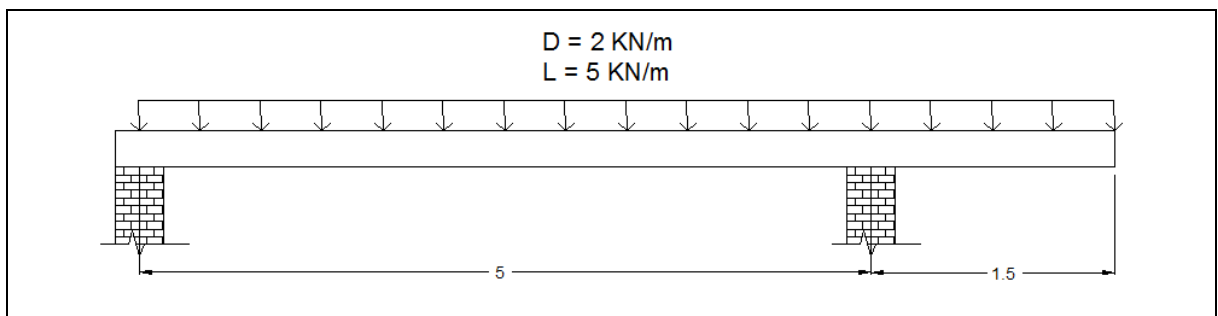


Figura 4.2.5-6 Viga continua

En primer lugar se determina la carga mayorada de diseño:

$$W_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 2 + 1.6 \times 5 = \underline{\underline{10.4 \text{ KN/m}}}$$

Realizando un análisis estructural del elemento tenemos:

$$R_a = 23.66 \text{ KN}$$

$$R_b = 43.94 \text{ KN}$$

Los diagramas están dados en la figura 4.2.5-7

Para determinar la altura de la viga según NSR 10 tabla C.9.5, tenemos:

$$h = L / 18.5 \quad (\text{Un apoyo continuo})$$

$$h = 5/18.5 = 0.27 \text{ m}$$

Para el diseño se determina $b = 200 \text{ mm}$; $h = 300 \text{ mm}$

Seguidamente procedemos al diseño con cada momento crítico positivo y negativo. Para utilizar una metodología un poco más eficaz que en los anteriores ejercicios y considerando los términos en las ecuaciones empleadas para el diseño a flexión y usándolas con los parámetros críticos cuando se tiene una condición de deformación balanceada, se puede obtener una relación entre los términos “ ω ” y “ R_n ” para determinar un límite máximo y uno mínimo de deformación permitida por la NSR-10. Entonces según lo explicado en la *sección 4.2.3*, el factor de resistencia a la flexión esta dado por:

$$R_n = \frac{M_n}{\phi b d^2} = \omega * (1 - 0.59\omega) * f'_c$$

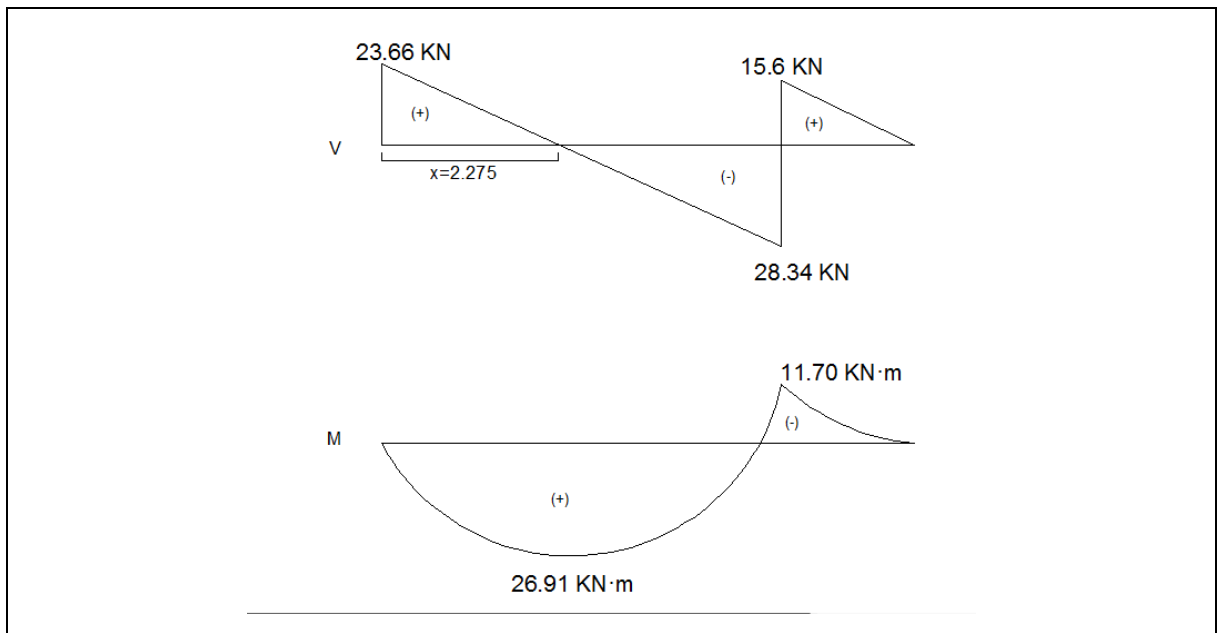


Figura 4.2.5-7 Diagramas de cortante y momento ejemplo 3

Con esta ecuación se puede obtener un valor de “ R_n ” tabulado por cada valor de “ ω ” asignado, entre un valor máximo dado por:

$$\omega = 0.319\beta_t = 0.319 * 0.85 = 0.27115$$

y el mínimo, obtenido, por el A_{smin} dado por la norma:

$$:A_{smin} = \frac{0.25\sqrt{f'c}}{f_y} \cdot b_w d \geq 1.4b_w d / f_y$$

$$\omega = \frac{A_s f_y}{b * d * f'c}$$

Siendo $A_s = A_{smin}$ se obtiene:

$$\omega = \frac{1.4}{f'c}$$

Válido para valores de $f'c < 32$ MPa y:

$$\omega = \frac{0.25\sqrt{f'c}}{f'c}$$

Válido para valores de $f'c > 32$ MPa. Teniendo “ ω ” se puede determinar el valor de A_s con el siguiente modelo matemático:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'c}{f_y}$$

Para el diseño en este ejercicio se tuvo en cuenta la tabla del anexo B

(+)M'u = Mn → ØM+n = **26.91 KN·m** = 26.91x10⁶ N.mm, con b = 200 mm, d = 260 mm, con f'c = 21MPa y fy = 420 MPa:

$$R_n = \frac{M_n}{\phi b d^2} = \frac{(26.91 \times 10^6)}{0.9 * 200 * 260^2} = 2.211538 \text{ N/mm}^2$$

Con la tabla B.1 e interpolando se obtiene: $\omega = 0.1128$. Se determina el área de acero necesaria:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'c}{f_y} = \frac{0.11284 * 200 * 260 * 21}{420} = \mathbf{293.37 \text{ mm}^2}$$

Lo que se puede suministrar con **2 barras # 4 y 1 barra # 3 (329 mm²)**
Sólo por verificación se determina el valor de “ ϵ_s ”

$$a = \frac{329 * 420}{0.85 * 21 * 250} = 38.71 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{38.71}{0.85} = 45.54 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(260 - 45.54)}{45.54} = \mathbf{0.01412}$$

Lo que muestra controlado por la tracción. → **Ok**

$$\mathbf{\phi M_n = 11.70 \text{ KN}\cdot\text{m}}$$

$$R_n = \frac{M_n}{\phi b d^2} = \frac{(11.70 \times 10^6)}{0.9 * 200 * 260^2} = 0.9615 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene: $\omega = 0.04681$

Valor que se encuentra por debajo del mínimo permitido por la NSR-10, por lo tanto y aplicando la ecuación de acero mínimo permitido se tiene:

$$A_{s_{\min}} = 1.4b_w d / f_y$$

$$A_{s_{\min}} = \frac{1.4 * 200 * 260}{420} = 173.33 \text{ mm}^2$$

Lo que se suministra con **3 barras # 3 (213 mm²)**. A continuación una muestra de como deberán ir ubicada las barras de acero en la viga diseñada:

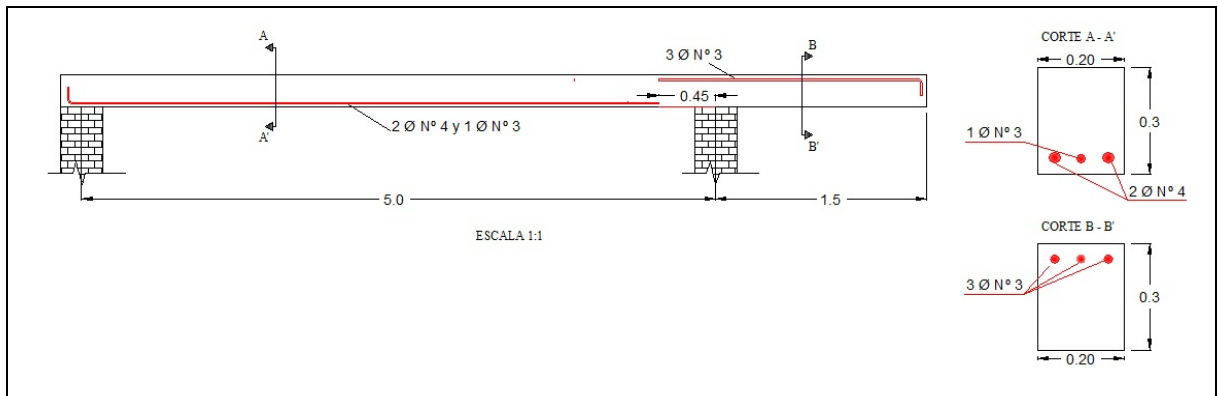


Figura 4.2.5-8 Despiece de refuerzo ejemplo 3

4. Diseño de una viga con dos apoyos continuos con $f'_c = 24 \text{ MPa}$ y $f_y = 420 \text{ MPa}$; cargada con $D = 8 \text{ KN/m}$ y $L = 5 \text{ KN/m}$. Determinar la cantidad de refuerzo a flexión para momentos críticos.

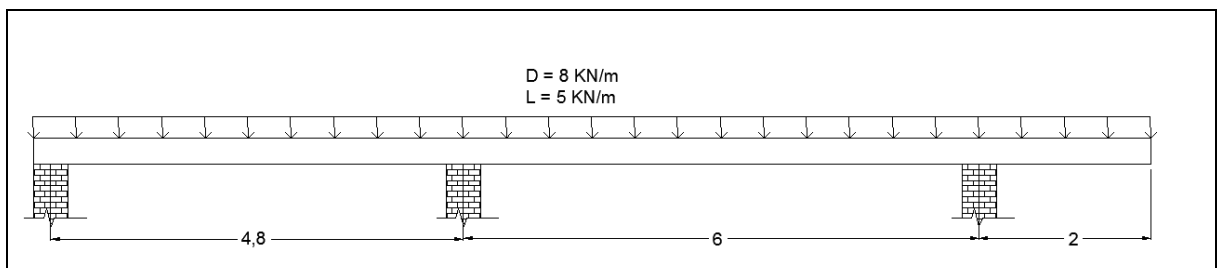


Figura 4.2.5-9 Viga continua con tres apoyos

En primer lugar se determina la carga mayorada de diseño:

$$W_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 8 + 1.6 \times 5 = \underline{\underline{17.6 \text{ KN/m}}}$$

Realizando un análisis estructural del elemento tenemos:

$$R_a = 30.42 \text{ KN}$$

$$R_b = 110.45 \text{ KN}$$

$$R_c = 84.41 \text{ KN}$$

Los diagramas están dados por:

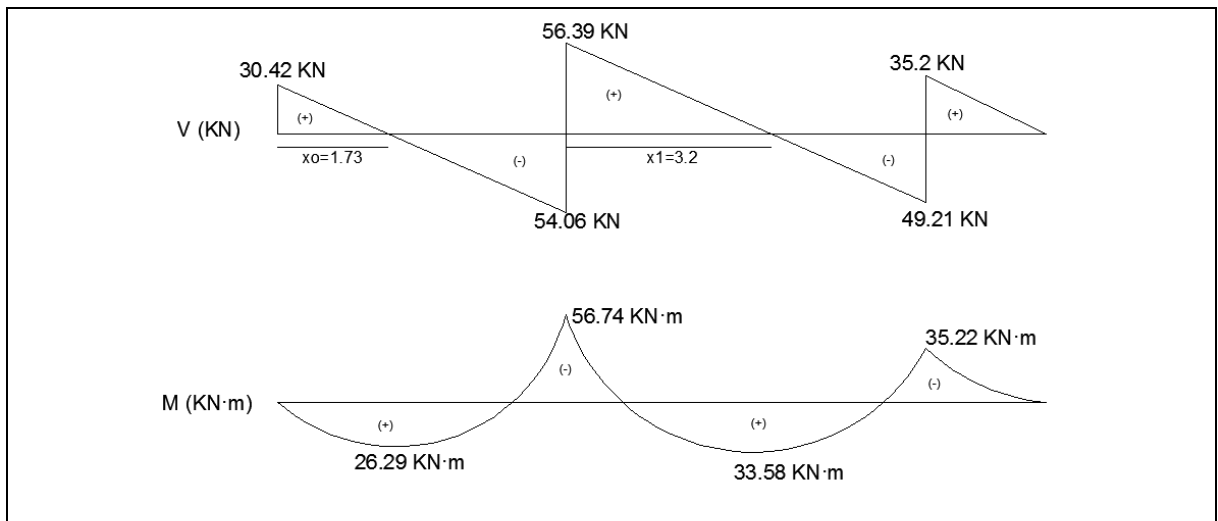


Figura 4.2.5-10 Diagramas de cortante y momento ejemplo 4

Para determinar la altura de la viga según NSR 10 tabla C.9.5, tenemos:

$$h = L / 21 \quad (\text{Apoyo doblemente continuo})$$

$$h = 6/21 = 0.29 \text{ m}$$

Para el diseño en este ejercicio se tuvo en cuenta la tabla del anexo B

$$(+)\mathbf{M}'_u = \mathbf{M}_n \rightarrow \mathbf{M}^+_n = 26.29 \text{ KN}\cdot\mathbf{m} = 26.29 \times 10^6 \text{ N}\cdot\mathbf{mm}, \text{ con } b = 250 \text{ mm}, d = 260 \text{ mm}, \text{ con } f'_c = 21 \text{ MPa y } f_y = 420 \text{ MPa:}$$

$$R_n = \frac{M_n}{\phi b d^2} = \frac{(26.29 \times 10^6)}{0.9 * 250 * 260^2} = 1.728468 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene: $\omega = 0.08676$

Se determina el área de acero necesaria:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} = \frac{0.08676 * 250 * 260 * 21}{420} = \mathbf{281.98 \text{ mm}^2}$$

Lo que se suministra con **2 barras # 4 y 1 # 3 (329 mm²)**

Sólo por verificación se determina el valor de “ ϵ_s ”

$$a = \frac{329 * 420}{0.85 * 21 * 250} = 38.71 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{38.71}{0.85} = 45.54 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(260 - 45.54)}{45.54} = \mathbf{0.14129}$$

Lo que muestra controlado por la tracción. → **Ok**

$$\phi M^+_n = \mathbf{33.58 \text{ KN}\cdot\text{m}}$$

$$R_n = \frac{M_n}{\phi b d^2} = \frac{(33.58 \times 10^6)}{0.9 * 250 * 260^2} = 2.207758 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene: $\omega = 0.11263$

Se determina el área de acero necesaria:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} = \frac{0.11263 * 250 * 260 * 21}{420} = 366.04 \text{ mm}^2$$

Lo que se suministra con **3 barras # 4 (387 mm²)**

$$(-)M'_u = M_n \rightarrow \phi M^+_n = 56.74 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$R_n = \frac{M_n}{\phi b d^2} = \frac{(56.74 \times 10^6)}{0.9 * 250 * 260^2} = 3.73044 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene: $\omega = 0.2016$

Se determina el área de acero necesaria:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} = \frac{0.20164 * 250 * 260 * 21}{420} = 655.32 \text{ mm}^2$$

Lo que se suministra con **2 barras # 5 y 1 barra # 6 (682 mm²)**

Verificando valor de “ ϵ_s ”

$$a = \frac{682 * 420}{0.85 * 21 * 250} = 64.19 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{64.19}{0.85} = 75.52 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(260 - 75.52)}{75.52} = 0.00733$$

Lo que muestra controlado por la tracción. \rightarrow **Ok**

$$\phi M_n = 35.22 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$R_n = \frac{M_n}{\phi b d^2} = \frac{(35.22 \times 10^6)}{0.9 \times 250 \times 260^2} = 2.315582 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene: $\omega = 0.1186$

Se determina el área de acero necesaria:

$$A_s = \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f'_c}{f_y} = \frac{0.11857 \cdot 250 \cdot 260 \cdot 21}{420} = 385.34 \text{ mm}^2$$

Lo que se suministra con **3 barras # 4 (387 mm²)**

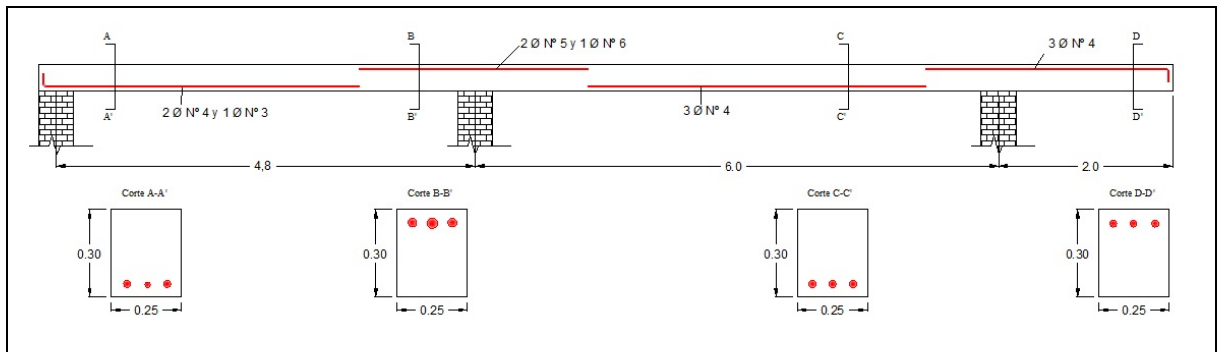


Figura 4.2.5-11 Despiece final ejemplo 4

5. Diseño de una viga con tres apoyos cargada con $D = 2.5 \text{ KN/m}$ y $L = 3.0 \text{ KN/m}$.

Determinar la cantidad de refuerzo a flexión para momentos críticos si su $f'_c = 21 \text{ MPa}$ y $f_y = 420 \text{ MPa}$

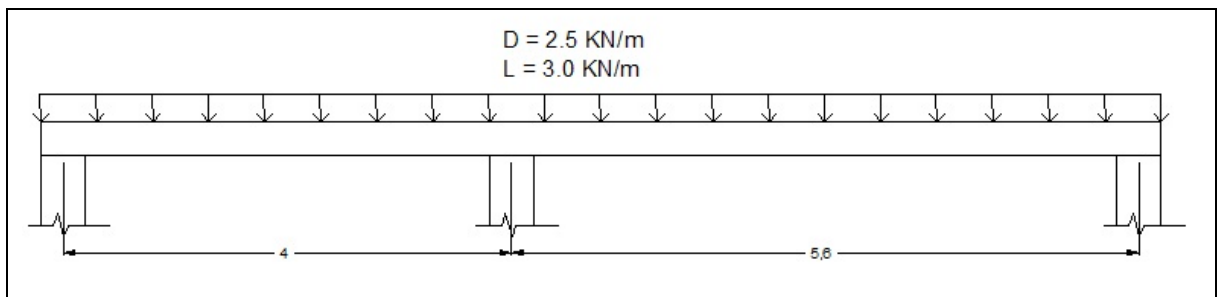


Figura 4.2.5-12 Viga con tres apoyos

En primer lugar se determina la carga mayorada de diseño:

$$W_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 2.5 + 1.6 \times 3.0 = \underline{\underline{7.80 \text{ KN/m}}}$$

Realizando un análisis estructural del elemento tenemos:

$$R_a = 9.52 \text{ KN}$$

$$R_b = 47.87 \text{ KN}$$

$$R_c = 17.49 \text{ KN}$$

Los diagramas están dados por la *figura 4.2.5-12*. Para determinar la altura de la viga según NSR 10 tabla C.9.5, tenemos:

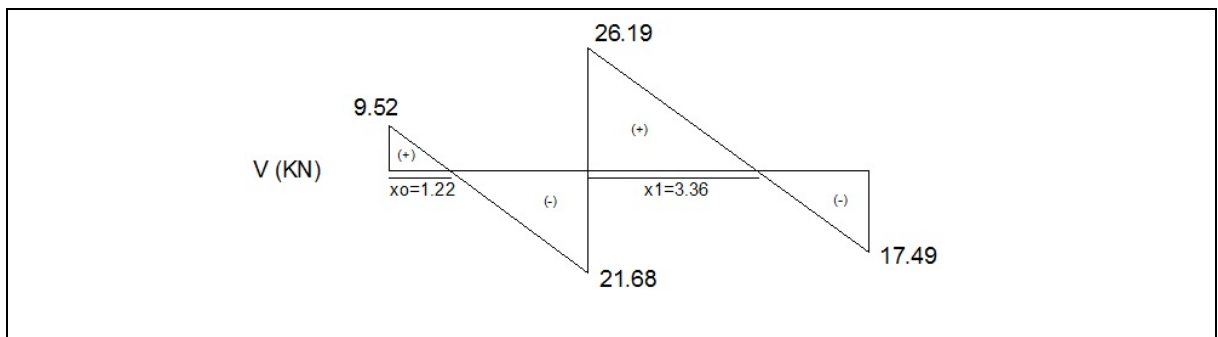
$$h = L / 18.5 \quad (\text{Apoyo continuo})$$

$$\mathbf{h = 5.6/18.5 = 0.30 \text{ m}}$$

Para el diseño en este ejercicio se tuvo en cuenta la tabla del anexo B

$(+)M^+u = M_n \rightarrow \mathbf{\varnothing M^+n = 5.61 \text{ KN}\cdot\text{m}} = 5.61 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}$, con $b = 200 \text{ mm}$, $d = 260 \text{ mm}$, con $f^c_c = 21 \text{ MPa}$ y $f_y = 420 \text{ MPa}$:

$$R_n = \frac{M_n}{\varnothing b d^2} = \frac{(5.61 \times 10^6)}{0.9 * 200 * 260^2} = 0.461045 \text{ N/mm}^2$$



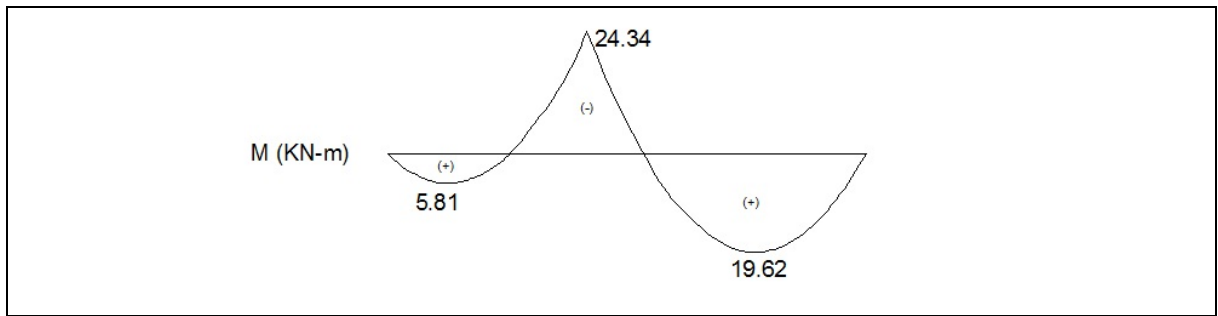


Figura 4.2.5-13 Diagramas de cortante y momento ejemplo 5

Se obtiene: $\omega = 0.02089 < \omega_{min} = \frac{1.4}{f'_c} = 0.06667$

Por lo que se aplica refuerzo mínimo:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} = \frac{0.06667 * 200 * 260 * 21}{420} = 173.33 \text{ mm}^2$$

Lo que se suministra con **2 barras # 4 (258 mm²)**

Sólo por verificación se determina el valor de “ ϵ_s ”

$$a = \frac{258 * 420}{0.85 * 21 * 200} = 30.35 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{30.35}{0.85} = 35.71 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(260 - 35.71)}{35.71} = 0.018843$$

Lo que muestra controlado por la tracción. → **Ok**

(+) $M'_u = M_n \rightarrow \text{Ø} M^+_n = 5.61 \text{ KN}\cdot\text{m} = 5.61 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}$, con $b = 200 \text{ mm}$, $d = 260 \text{ mm}$, con $f'_c = 21 \text{ MPa}$ y $f_y = 420 \text{ MPa}$:

$$R_n = \frac{M_n}{\phi b d^2} = \frac{(5.61 \times 10^6)}{0.9 * 200 * 260^2} = 0.461045 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene: $\omega = 0.02089 < \omega_{min} = \frac{1.4}{f'_c} = 0.06667$

Por lo que se aplica refuerzo mínimo:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} = \frac{0.06667 * 200 * 260 * 21}{420} = \mathbf{173.33 \text{ mm}^2}$$

Lo que se suministra con **2 barras # 4 (258 mm²)**

Sólo por verificación se determina el valor de “εs”

$$a = \frac{258 * 420}{0.85 * 21 * 200} = 30.35 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{30.35}{0.85} = 35.71 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(260 - 35.71)}{35.71} = \mathbf{0.018843}$$

Lo que muestra controlado por la tracción. → **Ok**

(-) ØM_n = 24.34 KN·m

$$R_n = \frac{M_n}{\phi b d^2} = \frac{(24.34 \times 10^6)}{0.9 * 200 * 260^2} = 2.00032 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene: $\omega = 0.10132$

Se determina el área de acero necesaria:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} = \frac{0.10132 * 200 * 260 * 21}{420} = 263.42 \text{ mm}^2$$

Lo que se suministra con **3 barras # 4 (387 mm²)**

$$a = \frac{387 * 420}{0.85 * 21 * 200} = 45.53 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{45.53}{0.85} = 53.56 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(260 - 53.56)}{53.56} = 0.011562$$

Lo que muestra controlado por la tracción. → **Ok**

$$(+)M'_u = M_n \rightarrow \emptyset M^+_n = 19.62 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$R_n = \frac{M_n}{\emptyset b d^2} = \frac{(19.62 \times 10^6)}{0.9 * 200 * 260^2} = 1.61242 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene: $\omega = 0.08062$

Se determina el área de acero necesaria:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} = \frac{0.08062 * 200 * 260 * 21}{420} = 209.61 \text{ mm}^2$$

Lo que se suministra con **2 barras # 4 (258 mm²)**

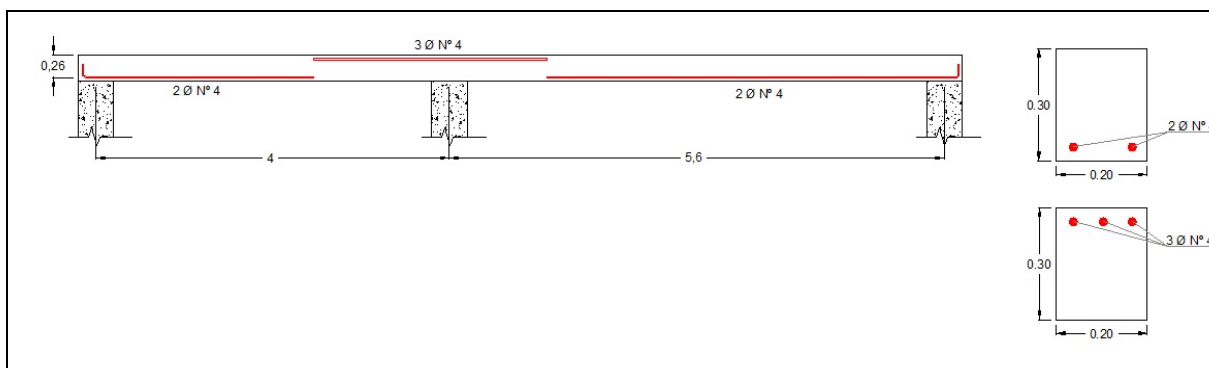


Figura 4.2.5-14 Despiece final ejemplo 5

4.3 DISEÑO A FLEXIÓN DE VIGAS DE CONCRETO CON DOBLE REFUERZO

La NSR-10; establece que toda sección de concreto reforzado deben diseñarse para que el acero a la tracción, sea quien llegue a fluencia mucho antes que el concreto falle a la compresión; es decir que el elemento se comporte de una manera dúctil y alcance la falla con previo aviso, lo cual se logra cuando las deformaciones en el acero son mayores o iguales a 0.005. Sin embargo en muchas ocasiones se presentan daños en el concreto, mucho antes que se presente fluencia en el acero, y a causa de limitaciones arquitectónicas, constructivas o económicas, no se puede aumentar las dimensiones de la sección; lo que lleva a una sola y posible solución, caracterizada por la colocación de acero de refuerzo adicional en la zona de compresión, realizando de esa manera, un diseño de viga doblemente reforzada.

El diseño a doble refuerzo fue utilizado de forma común en la primera mitad del siglo XX; con el uso del método elástico de diseño; sin embargo con la entrada del método por resistencia fue una práctica que se perdió, pero que sigue siendo una solución muy eficiente para muchas condiciones; además, el comportamiento del elemento diseñado a doble refuerzo es muy ventajoso en situaciones como en la reducción de deflexiones, el ensamble de las barras de refuerzo transversal, además protege al elemento de las posibles inversiones en los momentos internos que se pueden presentar por causa del aumento en las cargas laterales como es el caso de los sismos.

4.3.1 Comportamiento de viga con refuerzo a la compresión

Si se observa la *figura 7.3.1-1*, donde se muestra la sección de una viga con doble refuerzo dividida en dos partes, la primera con la presencia de una cantidad de acero a la compresión con un área $A's$ a una distancia d' de la fibra más comprimida y el área A_s a tensión a la distancia nominal d ; y la segunda como una viga de simple refuerzo.

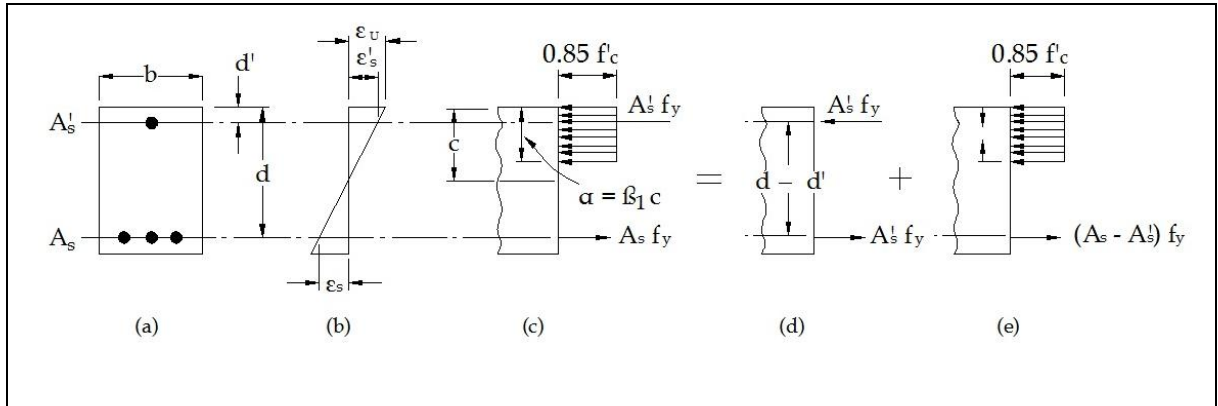


Figura 4.3.1-1 Sección de viga doblemente reforzada.

Si se supone que tanto el acero a la compresión como el de tracción alcanzan el esfuerzo f_y de fluencia justo al momento de la falla, la resistencia total del elemento estará dado por la suma de los dos momentos nominales caracterizados de la siguiente manera:

- $M'n$: Es el momento que se produce por la fuerza par entre el acero de refuerzo a la compresión de área $A's$, y una fracción del acero a la tracción de un área equivalente.

Figura 7.3.1-1 (d)

$$M'n = A's f_y * (d - d')$$

- M_{nt} : En el momento producto de la fuerza del restante acero a la tracción ($A_s - A's$) y la contribución del concreto a la compresión. *Figura 7.3.1-1 (e)*

$$M_{nt} = (A_s - A's) f_y (d - a/2)$$

Siendo “a” la profundidad del bloque de esfuerzo a la compresión; dada por:

$$a = \frac{(A_s - A'_s)fy}{0,85f'_c \cdot b}$$

Entonces el momento resistente total estará dado por:

$$Mn = M'n + Mnt$$

$$Mn = [A'sfy * (d - d')] + [(As - A's)fy(d - a/2)]$$

Recordando que la anterior ecuación debe cumplir con las disposiciones de a NSR-10 con respecto a la seguridad multiplicándola por el factor de reducción $\Phi = 0,90$

4.3.2 Ejemplos de aplicación

1. Realizar el diseño a flexión de una viga de concreto reforzado con dimensiones de 300x350mm y una luz de 6 metros, La cual soporta una carga de servicio de 10 KN/m y una sobrecarga de 15 KN/m. $f'_c=21$ MPa y $f_y=420$ MPa

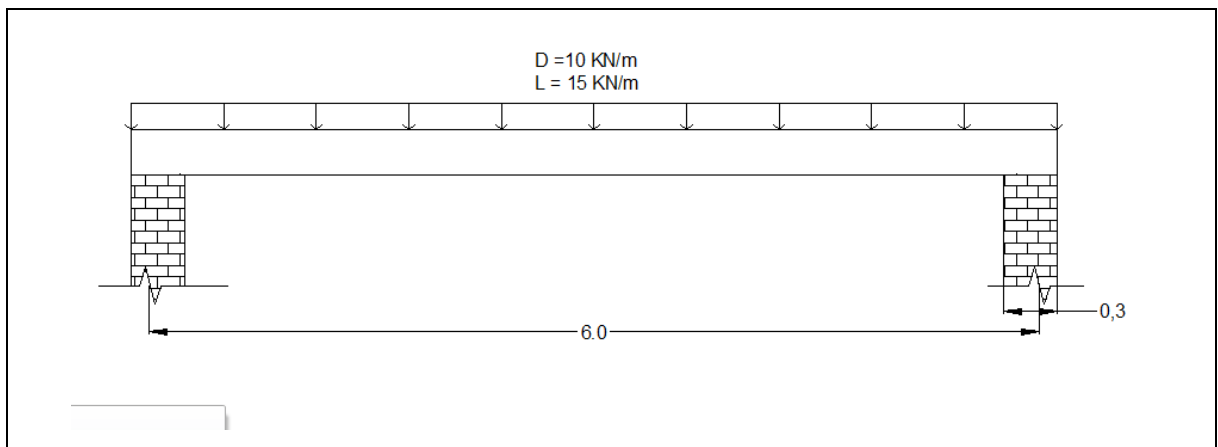


Figura 4.3.2-1 Diseño propuesto ejemplo 1

En primer lugar se determina la carga última de diseño y procedemos con el análisis estructural:

Carga mayorada: **$1.2D + 1.6L = (1.2 \times 10.0) + (1.6 \times 15) = 36 \text{ KN/m}$**

$$R1 = R2 = \frac{Wu * L}{2} = \frac{36 * 6}{2} = \mathbf{108 \text{ KN}}$$

$$M'u = \frac{Wu * L^2}{8} = \frac{36 * 6^2}{8} = \mathbf{162 \text{ KN} \cdot \text{m}}$$

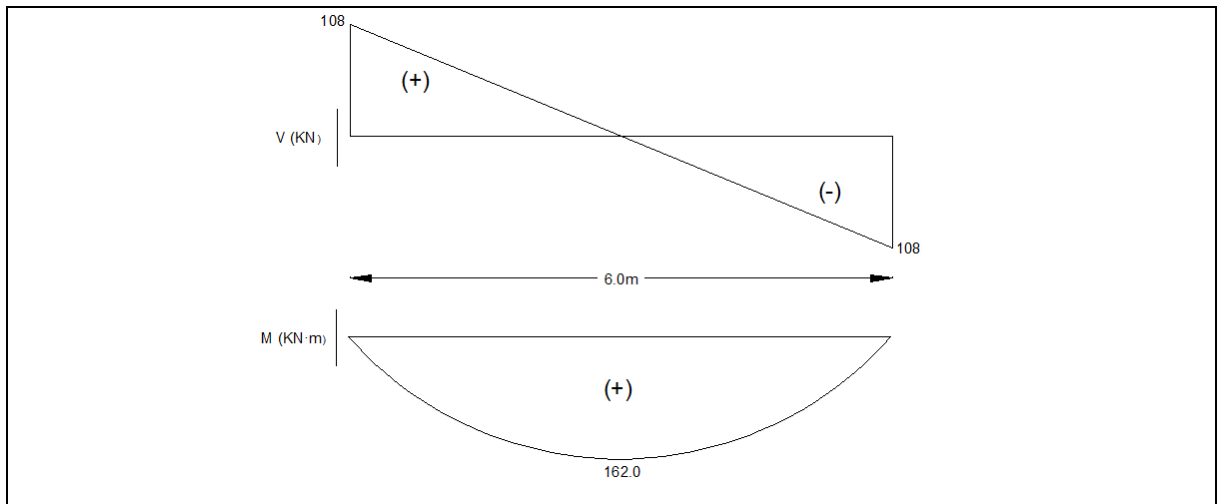


Figura 4.3.2-2 Diagramas de cortante y momento ejemplo 1

$(+)M'u = Mn \rightarrow M'u = 162 \text{ KN} \cdot \text{m} = 162 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$, con $b = 300 \text{ mm}$, $d = 310 \text{ mm}$,
con $f'c = 21 \text{ MPa}$ y $fy = 420 \text{ MPa}$:

$$M_n = \frac{M'u}{\phi} = \frac{162}{0.9} = 180 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

$$R_n = \frac{\phi M_n}{bd^2} = \frac{(180 \times 10^6)}{300 * 310^2} = 6.2434 \text{ N/mm}^2$$

Revisando en la tabla de anexo B, se observa que este valor supera el máximo R_n de 4.7832, para secciones controladas por tracción en concretos de 21 MPa, es decir la deformación unitaria del acero esta por debajo del mínimo permitido de 0.005.

Por lo tanto será necesario utilizar una capa refuerzo a la tracción y otra a la compresión En este caso se determina el momento que debe ser resistido por el área del concreto sin refuerzo de compresión (M_{nt}) y el momento resistido por el refuerzo de compresión (M'_n).

$$M_{nt} = R_n b d^2 = 4.7832 * 300 * 310^2 * 10^{-6} = 137.9 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

$$M'_n = M_n - M_{nt} = 180 - 137.9 = 42.1 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Ahora si se supone que $f'_s = f_y$ en la falla se tiene que:

$$A'_s = \frac{M'_n}{f_y(d - d')} = \frac{42.1}{420(310 - 40)} = 371.25 \text{ mm}^2$$

Lo que nos indica el área adicional a tracción requerida por encima de la proporcionada por el límite superior de refuerzo en una viga simplemente reforzada. Por tanto el A_s estará dado por la suma del área adicional y el área de límite máximo.

$$A_s = A_{st} + A'_s$$

Entonces para “ A_{st} ” con los límites máximos se obtiene: $\omega = 0.27115$ de la tabla del anexo B:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} + A'_s = \frac{0.27115 * 300 * 310 * 21}{420} + 371.25 = \mathbf{1632.10 \text{ mm}^2}$$

Al final se utilizarán 2 barras # 5 (398 mm^2) como refuerzo a compresión y 6 barras # 6 (1704 mm^2) para el refuerzo a la tracción, las cuales pueden ubicarse en dos hileras de 3 barras cada una.

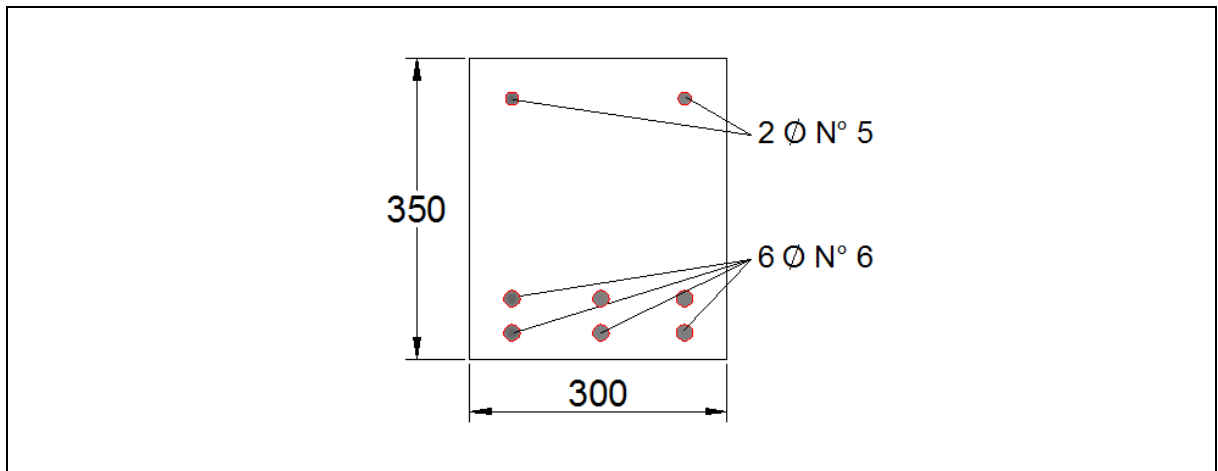


Figura 4.3.2-3 Despiece final ejemplo 1

2. Una viga rectangular tiene un ancho de 30 cm y una altura efectiva de 45 cm hasta el centroide del refuerzo; El refuerzo a la tracción esta conformado por 5 barras No 10 colocadas en dos filas. El refuerzo a compresión consta de 2 barras No 9 ubicadas a 6 cm de la cara más comprimida de la viga. Teniendo en cuenta un $f_y = 420$ MPa y un $f'_c = 35$ MPa. ¿Cuál es el momento resistente de la viga?

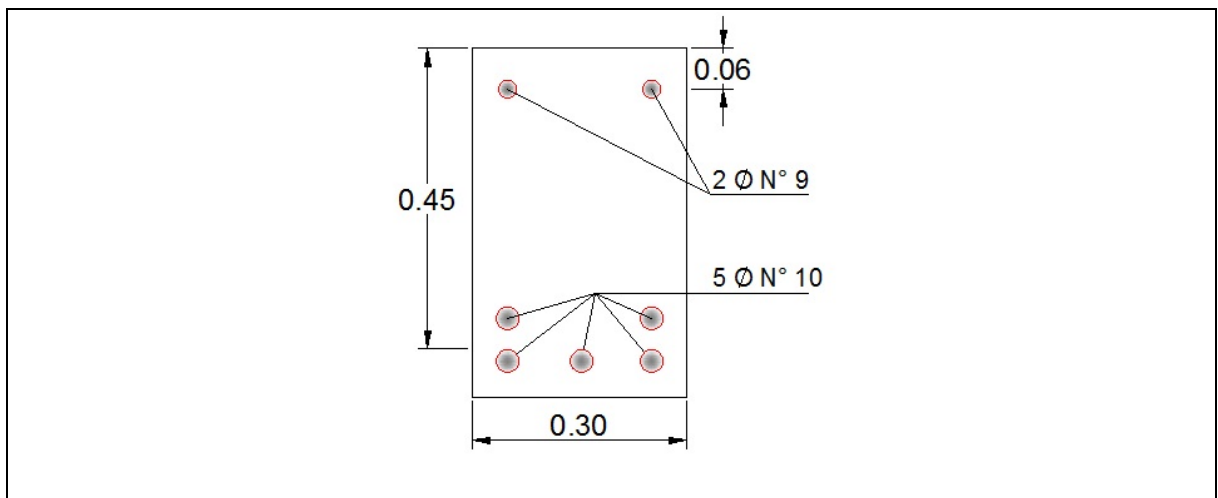


Figura 4.3.2-4 Detalle ejemplo 2

Solución: Las áreas de refuerzo son

$$A_s = 5 * 819 = 4095 \text{ mm}^2$$

$$A's = 2 * 645 = 1290 \text{ mm}^2$$

En primer lugar debe verificarse que la viga requiera del refuerzo suministrado a la compresión; es decir, chequear el elemento como simplemente reforzado. Para ello se determina la profundidad del bloque de compresión de la siguiente manera:

$$a = \frac{A_s * f_y}{0.85 f'_c * b} = \frac{4095 * 420}{0.85 * 35 * 300} = 192.71 \text{ mm}$$

Para determinar la deformación crítica neta a la tracción ϵ_s y ϕ

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{192.71}{0.80} = 240.88 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = \left(\frac{d - c}{c} \right) * 0.003 = \left(\frac{450 - 240.88}{240.88} \right) * 0.003 = 0.002604 < 0.005$$

$\epsilon_s < \epsilon_y$, no esta controlado por la tracción, por lo que momento nominal debe analizarse como viga con doble refuerzo. Ahora repitiendo la verificación anterior; pero esta vez considerando el refuerzo a la compresión; determinamos la deformación unitaria del acero para saber si este llega a la fluencia:

$$a = \frac{(A_s - A's) * f_y}{0.85 f'_c * b} = \frac{(4095 - 1290) * 420}{0.85 * 35 * 300} = 132.0 \text{ mm}$$

Para determinar la deformación crítica neta a la tracción ϵ_s

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{132.0}{0.80} = 165.0 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = \left(\frac{d - c}{c} \right) * 0.003 = \left(\frac{450 - 165}{165} \right) * 0.003 = 0.00518 > 0.005$$

La deformación unitaria del acero a tracción es mayor que 0.005 por lo que las varillas de compresión van a fluir cuando la viga llegue a su falla.

Para determinar el momento resistente (M_n), se calcula los momentos M'_n y M_{nt} referente a las fuerzas par de las barras de acero y el bloque de compresión del concreto:

$$M'_n = A'sfy(d - d') = 1290 * 420 * (450 - 60)$$

$$\mathbf{M'_n = 211.302 Kn \cdot m}$$

Ahora para el M_{nt} ; primero se determina el índice de resistencia “ ω ” y con esto el factor de resistencia a la flexión “ R_n ”;

$$\omega = \frac{(A_s - A's)fy}{bdf'c} = \frac{(4095 - 1290) * 420}{300 * 450 * 35}$$

$$\mathbf{\omega = 0.249}$$

De la tabla Anexo B; se obtiene un $R_n = 7.4347$, entonces el valor de M_{nt} esta dado por:

$$M_{nt} = R_n b d^2 = 7.4347 * 300 * 450^2$$

$$\mathbf{M_{nt} = 451.66 Kn \cdot m}$$

Al final el M_n máximo de resistencia de la viga y considerando el factor de reducción de seguridad Φ , estará dado por:

$$M_n = \Phi(M'_n + M_{nt}) = 0,9 * (211.302 + 451.658)$$

$$\boxed{\mathbf{\Phi M_n = 596.664 Kn \cdot m}}$$

3. Diseñar una viga doblemente reforzada rectangular, que debe soportar una carga viva de servicio de 35 KN/m; y una carga muerta calculada de 15.2 KN/m con una luz de 5 metros. Debido a consideraciones arquitectónicas las dimensiones de la

viga deben ser de 250 mm de ancho y 500 mm de alto. Si $f_y = 280$ MPa y el $f'_c = 21$ MPa, ¿Cuál es el área de acero a suministrar para la resistencia de dichas cargas?

Este ejercicio lo resolveremos una forma un poco diferente con relación al ejemplo 1 de esta sección, que al final termina siendo lo mismo, lo que se busca es llevarle una idea más amplia al estudiante para diseñar una estructura doblemente reforzada. En primer lugar se deben mayorar las cargas de servicio y se determina el momento máximo actuante en el elemento, para este ejercicio

Carga mayorada: $1.2D + 1.6L = (1.2 \times 15.2) + (1.6 \times 35) = 74.24 \text{ KN/m}$

$$M'_u = \frac{W_u * L^2}{8} = \frac{74.24 * 5^2}{8} = 232 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Debido a las dimensiones de las cargas consideraremos la distancia efectiva de refuerzo a la tracción $d = 400$ mm y para el acero a la compresión consideraremos $d' = 60$ mm; si llegase a necesitarse.

Ahora se debe verificar si la viga es capaz de resistir la carga trabajando como una viga simplemente reforzada; para ello, determinamos la cantidad máxima de acero que se le puede suministrar a la viga para que este fluya a una deformación unitaria de 0,005, con lo que y con la ayuda de la tabla del anexo B, el valor de $\omega_{\max} = 0.27115$ para un concreto de 21 MPa, el acero será:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} = \frac{0.27115 * 250 * 400 * 21}{280} = 2033.63 \text{ mm}^2$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c * b} = \frac{2033.63 * 280}{0.85 * 21 * 250} = 127.60 \text{ mm}$$

el momento máximo resistente que se puede desarrollar en la viga es:

$$M_n = A_s f_y (d - a/2) = 2033.63 * 280 * (400 - 63.8) * 10^{-6} = 191.43 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

$$\phi M_n = 172.29 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Como se puede observar el momento nominal de diseño de 172.29 KN-m es menor que la capacidad requerida de 232 KN-m, por lo que es necesario colocar refuerzo a la compresión además del de tracción. Ahora si se considera que el esfuerzo de fluencia del acero a la compresión es igual a f_y y tomando a $M_{nt} = 191.43$ se tiene:

$$M'_n = \frac{M'_u}{\phi} - M_{nt} = \frac{232}{0.9} - 191.43 = 66.35 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

El área de acero estará dada por:

$$A'_s = \frac{M'_n}{f_y(d - d')} = \frac{66.35}{280(400 - 60)} * 10^6 = 696.95 \text{ mm}^2$$

Que es el área de acero usado a la compresión y además el excedente del acero a la tracción:

$$A_s = 2033.63 + 696.95 = 2730.68 \text{ mm}^2$$

Para el acero a la compresión se suministran **4 barras # 5 (796 mm²)**, y el acero a tracción con **3 barras # 9 y 2 barras # 8 (2955 mm²)**

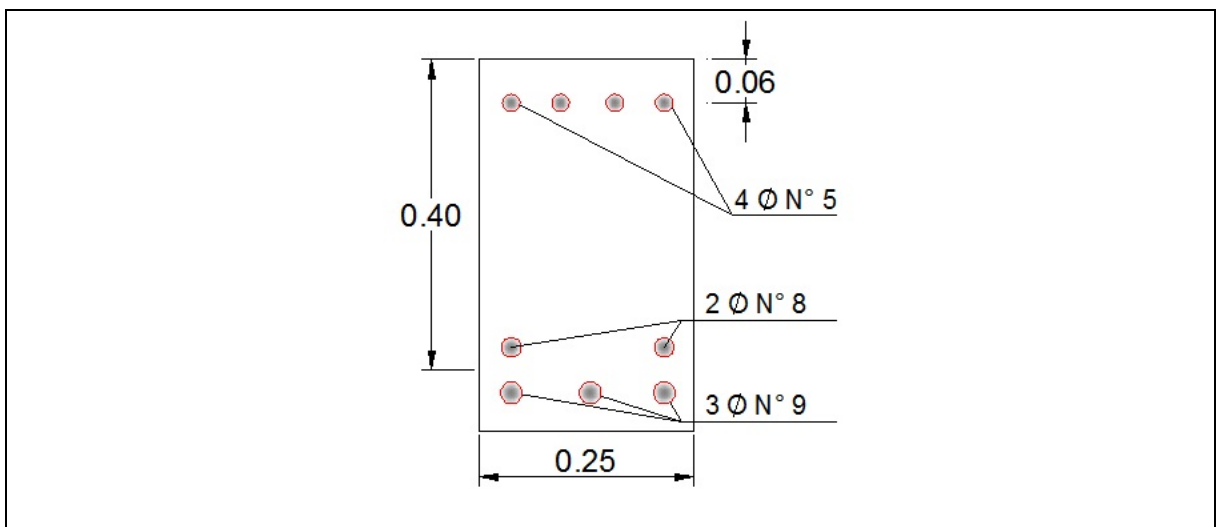


Figura 4.3.2-5 Despiece ejemplo 3 doble refuerzo

CAPITULO 5

DISEÑO A CORTANTE

Tal y como se explico en el capítulo anterior los elementos de concreto reforzado, así como todos los elementos, están sometidos a esfuerzos internos producto de las cargas aplicadas sobre ellos que pueden llevar a provocar una falla en el mismo, logrando de esa manera un posible colapso de la estructura. Es por esta razón que se debe realizar el diseño optimo y eficaz entre los dos elementos que conforman el concreto reforzado (concreto y acero), tal que sean capaz de resistir todos los esfuerzos solicitados.

Uno de esos esfuerzos producidos es la flexión, explicado anteriormente, y el otro muy común es la fuerza cortante, también conocida como esfuerzo de tracción diagonal; es decir, la fuerza tangencial que se produce en la sección transversal del elemento a causa de las cargas externas. Dichas fuerzas son resistidas en su mayoría por el concreto pero siempre debe tenerse la idea del diseño con refuerzo transversal, que sea capaz de impedir los agrietamientos en diagonal cerca de los apoyos donde se produce los mayores esfuerzos a cortante.

5.1 ANTECEDENTES DEL DISEÑO A CORTANTE

Uno de las primeras investigaciones sobre el diseño a cortante fueron aportadas por el profesor Wilhem Ritter del Politécnico de Zurich, cuando a finales del siglo XIX, publico en su libro “*Dic Bauweise Hennebique*” el modelo de analogía de la cercha como metodología adecuada para el diseño a cortante. Sin embargo en la primera década del siglo XX personajes como Emil Mörsh de Alemania, tratando de explicar las contribuciones de Ritter, logra conseguir avances en la determinación del diseño optimo a cortante; aunque todavía no había claridad si la falla se presentaba por causa del cortante horizontal, tensiones inclinadas o tracción diagonal.

Para el año de 1904 la comisión alemana del concreto reforzado, muestra los primeros resultados en las investigaciones de Mörsh, llevando a la elaboración de especificaciones referentes al diseño de cortante, dando lugar a una formula general que evalúa el cortante debido a los efectos de la tracción diagonal. Dicha ecuación, utilizada a partir de ese momento y hasta mediados de la década de los 50' es la dada por:

$$v = \frac{V}{bz}$$

Richart Talbot de la universidad de Illinois en Estados Unidos; concluyo que dicho valor de cortante no solo dependía de la resistencia del concreto; sino también factores tales como, la esbeltez del elemento y e la cuantía del refuerzo a la tracción. A pesar de esto no se avanza mucho en estos trabajos por más de 50 años; ya que en el medio se había involucrado en método elástico de diseño.

Fue sólo hasta 1954, cuando diferentes ensayos de laboratorios y algunos eventos mundiales de sismo ocurridos en la época, cuando se observo que las principales formas de falla de un elemento estructural estaban ligados a los esfuerzos producto de la tracción diagonal y no por los de flexión como se suponía en la teoría elástica. Esto llevo al gobierno de los Estados Unidos a elaborar diversos comités técnicos que se encargaron de elaborar un documento relacionado con el estudio del esfuerzo cortante y su uso en la teoría de resistencia. Dichos comités encabezados por los profesores McGregor y Bresler formularon el ACI-ASCE-426 del diseño a cortante.

Actualmente existen varias investigaciones que siguen llevando el concepto de fuerza cortante aún más claro de lo que hoy podemos indicar, llevando a tendencia del método unificado, con diferentes modelos recopilados de inicios de siglo, que muy posiblemente aún le falte mucho por investigar, pero que al final han llegado hoy en día a ser una aplicación optima para el diseño de cortante en elementos de concreto reforzado.

5.2 FUERZA CORTANTE EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO.

En el concreto se presentan muchos tipos de falla y la manera de presentarse la producida por una fuerza cortante son las grietas en diagonal alrededor de 30° y 60° , en cercanía de los apoyos base. La norma colombiana acepta por esta razón utilizar refuerzo transversal, independiente si el concreto es capaz de resistir toda la fuerza cortante o no producida por las cargas externas aplicadas en el elemento. Por lo cual es importante determinar la magnitud de la fuerza y la ubicación más crítica de falla.

Es la fuerza cortante que junto con los esfuerzos flectores producen la combinación de esfuerzos que llevan a la viga a fallar por tensión diagonal. Con la ayuda del refuerzo longitudinal ubicado para soportar los esfuerzos flectores, las vigas de concreto son capaces de resistir mayores cargas y por ende esas mayores cargas originan mayores esfuerzos al cortante, que si no son tratados pueden llevar el daño total de la estructura como una falla súbita y sin aviso, pues como bien se sabe, el concreto es un material con poca resistencia a la tensión. Es decir, se debe reforzar el elemento en la ubicación tal, para que el acero se haga cargo de esos incrementos en la tensión diagonal que no es capaz de resistir el concreto por si solo.

Por lo anterior el ingeniero calculista debe procurar que la estructura a diseñar no colapse en forma súbita, por causa de las fuerzas cortantes que aumentan al ser sobrecargada la estructura; al contrario de eso, debe presentarse una deformación considerable antes del colapso total; por lo que el refuerzo a la flexión debe ser el adecuado para que el acero empiece a fluir mucho antes que el concreto falle. El uso del refuerzo al cortante o refuerzo transversal es la manera más eficaz para aumentar y garantizar la resistencia de la estructura a una eventual falla por cortante.

5.2.1 Formas de refuerzo al cortante

La función que cumple el acero transversal de una viga, conocido como estribo o espiral, dependiendo el tipo de elemento, es el de recibir las fuerzas a tensión que se producen cerca

de los apoyos de las vigas, donde aparecen los mayores esfuerzos al cortante, ya que si se llegara a observar una grieta, el acero será el encargado de transmitir la tensión, y como este es un material más dúctil siempre habrá aviso antes de llegar a la falla total. En el concreto estas barras de acero se colocan en forma de aros rectangulares alrededor de las barras colocadas a flexión, conformando una especie de cercha que trabajan en conjunto en la resistencia de los esfuerzo a la flexión como los de cortante.

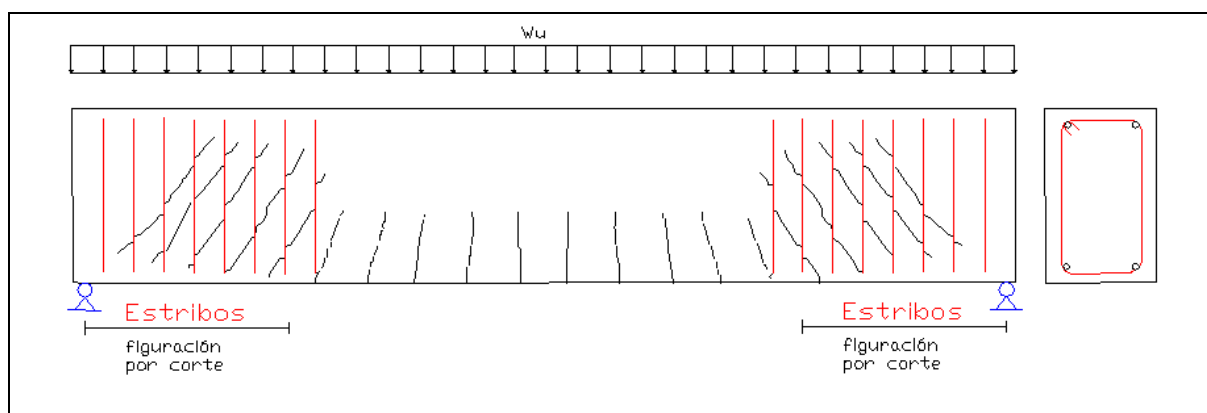


Figura 5.2.1-1 Ubicación de estribos según grietas de tensión diagonal

Por lo tanto los estribos deben ubicarse, tal que las grietas se corten y de esa forma impedir que atraviesen toda la viga, tal y como lo muestra la figura anterior; aunque una posición típica de coloca el refuerzo puede ser con inclinación respecto a la dirección de las barras longitudinales, separadas la distancia conveniente para trabajar de forma eficaz en el elemento. Por lo general el uso de barras No 3 es lo más usual para el acero de estribos, aunque en algunas regiones del país, se exige un mínimo de barras No 4, relacionado con la resistencia sísmica de la estructura donde el refuerzo transversal también juega un papel muy importante. Su ubicación puede ser en forma de “U” o cerrando completamente el aro, dependiendo del tipo de viga, además pueden contener más de dos ramales dependiendo del diseño. Otra opción es el uso de las mismas barras longitudinales, para el uso de refuerzo transversal, doblando las barras de tal forma que se inclinen con respecto al plano de la sección con un ángulo de mínimo de 30° , siendo esto solo posible en los puntos donde el acero a tracción no este trabajando. Sin embargo el uso de esta metodología tiene muchas

restricciones y especificaciones que nos exige la norma que al no cumplirse a cabalidad puede provocar daños en el diseño.

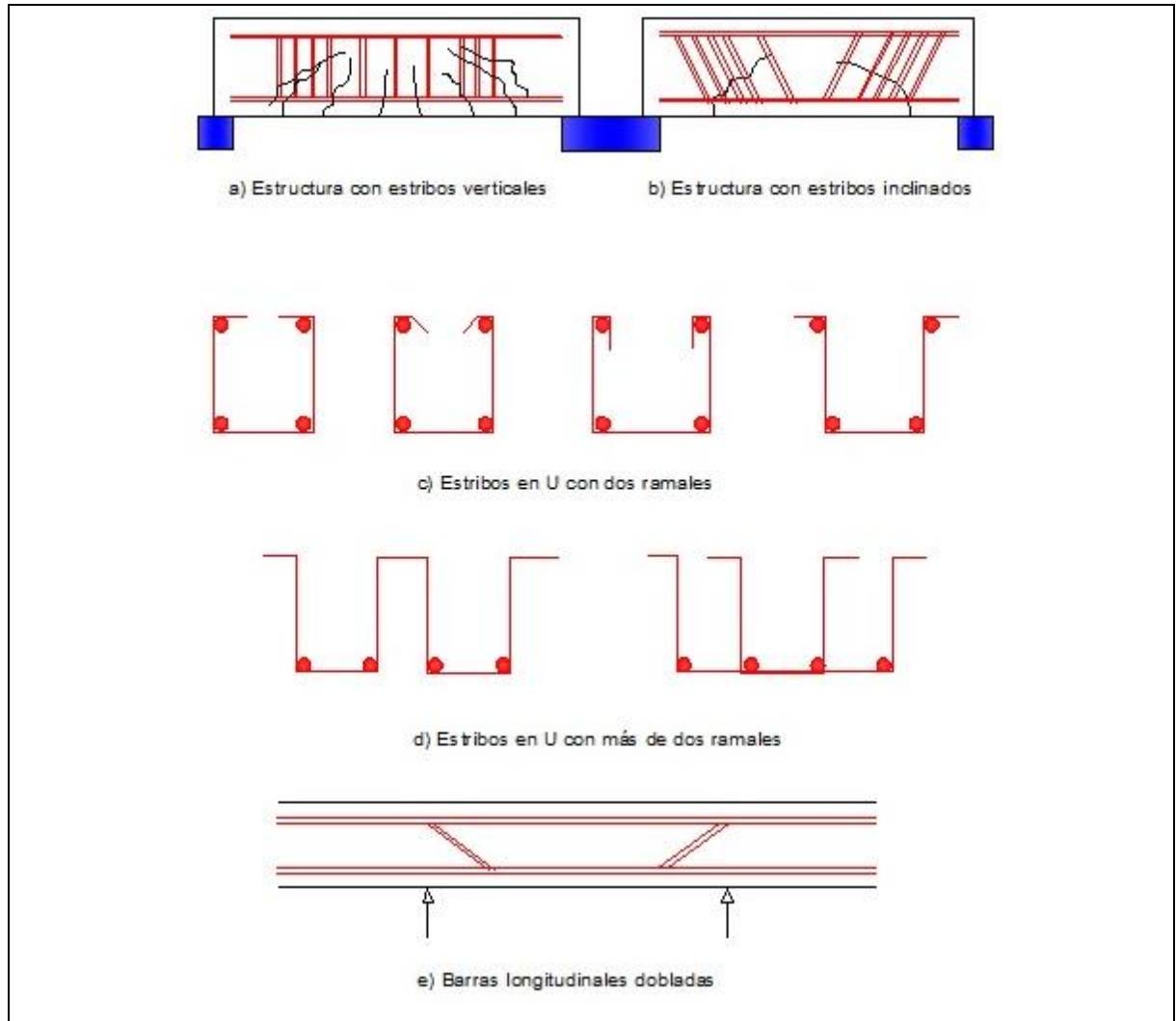


Figura 5.2.1-2 Formas de refuerzo transversal

5.2.2 Función del refuerzo al cortante

Cuando un elemento, como una viga, falla al cortante teniendo refuerzo transversal, su comportamiento se puede verificar considerando los aportes hechos por Ritter a finales del siglo XIX en su investigación sobre la analogía de una cercha con la viga; para ello debe observarse las cerchas mostradas en la *figura 5.2.2-1*; de Warren y Prandtl, donde su principal característica esta ligada a que la barra superior trabaja a la compresión, la inferior

a la tracción; mientras que los elemento que conectan dichas barras, trabajan alternativamente a la compresión y a la tracción.

Entonces el uso de refuerzo transversal inclinado en las vigas de concreto reforzado, garantiza una mayor resistencia al cortante muy parecido a lo visto en la cerchas; claro esta, que así como en las cerchas las uniones entre cada elemento (nodos) deben estar bien diseñado para impedir la ruptura por ese punto, el anclaje que debe existir entre el estribo y el concreto sometido a compresión debe ser el más adecuado haciendo un doblez tipo gancho en el estribo que garantice dicho anclaje. Tal situación se presenta sea utilizando el acero transversal inclinado o de forma vertical.

Ahora bien teniendo en cuenta estas consideraciones, los estribos o refuerzo transversal garantizarán una resistencia al cortante en la viga cuando se suplan tres aspectos importantes: El acero debe ser capaz de resistir las fuerzas cortantes que excedan la capacidad de resistencia del concreto. La posición del refuerzo debe impedir el crecimiento de la fisuras producto de la falla en la resistencia del concreto, fisuras que como se dijo antes se presentan de forma diagonal hacia el centro de la viga. Además de servir de soporte a las barras de refuerzo longitudinal de flexión, produciendo así, un efecto de confinamiento en el elemento mejorando su resistencia y durabilidad final.

Por esta razón siempre es importante ubicar una cantidad mínima de refuerzo transversal aunque los cálculos indiquen que el concreto puede resistir las cargas solicitadas. Es muy semejante a lo visto en el diseño a flexión para los esfuerzos a tensión producidos en un elemento de concreto.

5.3 RESISTENCIA AL CORTANTE

En diferentes estudios realizados a vigas de concreto para determinar la resistencia y teniendo en cuenta lo estipulado en la NSR-10, el diseño a cortante esta basado en el hecho

que la resistencia de la viga debe ser mayor o igual que la fuerza cortante aplicada en el elemento.

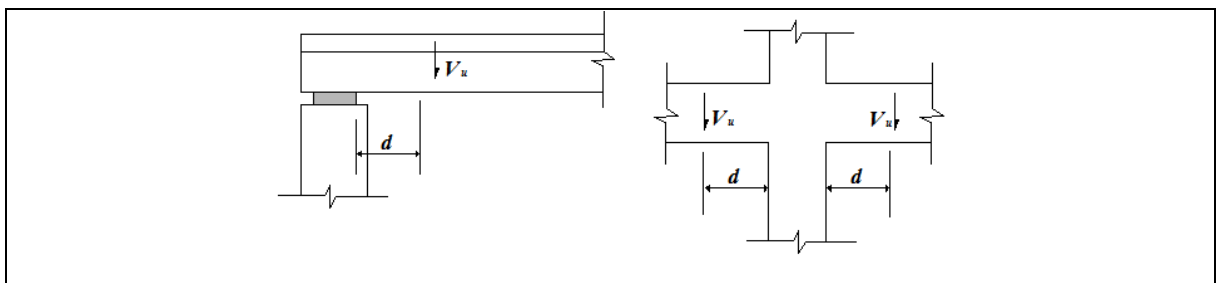
$$\phi V_n \geq V'_u$$

Siendo “ V_n ” la resistencia nominal del elemento calculada con la suma de las resistencias proporcionadas por el concreto y por el acero. [C.11.1] En otras palabras es la resistencia que asume el concreto sin refuerzo transversal (V_c) más la cortante que aportan los estribos (V_s).

$$V_n = V_c + V_s$$

El valor de ϕ dado para la resistencia al cortante esta estipulado en 0.75 [C.9.3.2.3] un poco más conservador que el de flexión, pues su forma de falla es un poco más crítica. Para este caso si el concreto es capaz de resistir las fuerzas cortantes involucradas sólo se requerirá de un refuerzo mínimo estipulado por la norma, de lo contrario se debe suministrar el área de acero necesaria para resistir el exceso de cargas no soportado por el concreto.

Para determinar la fuerza cortante mayorada aplicada en el elemento debe tenerse en cuenta el tipo de carga con su respectivo factor de mayoración, estipulado por la norma colombiana en su titulo B, además su valor crítico estará localizado a una distancia “ d ” de la cara del apoyo según lo indicado en la NSR-10 en C.11.1.3.1. Sin embargo dependiendo la forma de apoyo de la viga y el tipo de apoyo, la ubicación del cortante critico de diseño cambiará, tal y como lo muestra la *figura 5.2.2-1*.



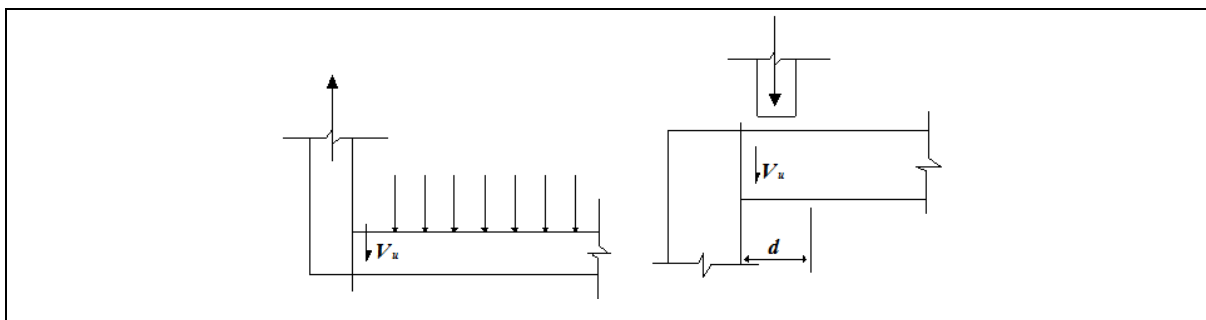


Figura 5.2.2-1 Ubicación fuerza cortante crítica en un elemento de concreto reforzado.

5.2.1 Resistencia al cortante proporcionada por el concreto

La resistencia al cortante proporcionada por el concreto esta basado directamente a la resistencia nominal del mismo ($f'c$) y las dimensiones del elemento al cual son aplicadas las cargas. Según la NSR-10 en C.11.2.1.1

$$V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'c} \cdot b_w d$$

Donde el valor de λ es un factor que representa la característica del concreto como liviano o normal especificado en C.8.6.1 de la NSR-10.

5.2.2 Resistencia al cortante proporcionada por el acero

Si el valor de $V_u > V_c$, debe suministrarse acero para resistir el exceso de carga o fuerza al cortante solicitado, y teniendo en cuenta que “ A_v ” es el área de la sección de la barra se puede determinar el V_s separados a una distancia “ s ” según NSR-10 en C.11.4.7:

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (\text{Ec. 5.2.2.1})$$

Teniendo en cuenta el A_v está estipulado por el diámetro de estribo utilizado, comúnmente dados por barras #3 a #5, dependiendo de las dimensiones de la estructura y la cargas aplicadas, de la ecuación (8.2.2.1) se puede determinar la separación (s) que deben tener los estribos dados para el diseño del respectivo elemento estructural.

Sin embargo, la norma exige una separación mínima de estribos indicando que; el espaciamiento del refuerzo de cortante colocado perpendicularmente al eje del elemento a no debe exceder de $d/2$ en elementos de concreto no preesforzado, de $0.75h$ en elementos preesforzados, ni de 600 mm. Además recomienda que en el caso en que el V_s sobrepase $0.33\sqrt{f'_c} * b * d$, dichas separaciones deban disminuirse a la mitad. [C.11.4.5]

Además la norma también exige la colocación de un área mínima de refuerzo cuando la fuerza cortante mayorada supere en más de la mitad de la resistencia al cortante proporcionada por el concreto [C.11.4.6]

$$A_{vmin} = 0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w d}{f_{yt}}$$

Pero no debe ser menor a $(0.35b_w s) f_{yt}$

La norma también proporciona la resistencia del concreto al cortante en muchos otros aspectos referenciando ciertos detalles del elemento, como la resistencia de los estribos inclinados [C.11.4.7.4], los elemento que pueden diseñarse sin necesidad de refuerzo al cortante [C.11.4.6.1], así como las disposiciones para el diseño al cortante de vigas de gran altura y muchas otras consideraciones que pueden ser muy útil al momento de diseñar cualquier elemento a cortante.

Es importante agregar que la máxima resistencia al cortante que puede proporcionar el acero en una sección transversal de un elemento esta dada por la ecuación según [C.11.4.7.9]

$$V_s = 0.66\sqrt{f'_c} b_w d$$

5.2.3 Pasos para el diseño

Para realizar un diseño eficaz de la resistencia al cortante de un elemento de concreto reforzado se pueden plantear los siguientes pasos:

1. Determinar la fuerza cortante mayorada producto de las fuerzas externas, realizando el respectivo análisis estructural y su diagrama cortante. Especificar el cortante critico de diseño $V'u$, teniendo en cuenta el tipo de apoyo y su ubicación.
2. Determinar la resistencia al corte proporcionada por el concreto. (V_c)
3. Calcular la diferencia de resistencia al corte ($V'u - \phi V_c$); valor que será la resistencia que debe proporcionar el acero (V_s) y verificar que no sobrepase la máxima resistencia permitida por la norma teniendo en cuenta la sección transversal de la viga.

$$V_s = 0.66\sqrt{f'_c}b_wd$$

4. Calcular la distancia a partir del apoyo más allá de la cual se requiere armadura mínima de corte (es decir donde $V_u = \phi V_c$) y la distancia a partir del apoyo más allá de la cual el hormigón puede resistir la totalidad del esfuerzo de corte (es decir donde $V_u = V_c/2$).
5. Seleccionar el tamaño de estribo a utilizar y de esa manera determinar la separación entre estribos:

$$s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{V_s}$$

6. Verificar si la separación “s” rige dentro de lo estipulado por la NSR-10, en relación a la separación máxima permitida.

$$s \leq \left[\frac{d}{2} \right]_{600 \text{ mm}}$$

5.3 EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Considerando la viga con el diseño a flexión dado, realizar el diseño a cortante, teniendo en cuenta que la carga mayorada que soporta es de 54.4 KN/m con un concreto de 21MPa y acero de 280MPa. Determinar “s” para estribos en la viga..

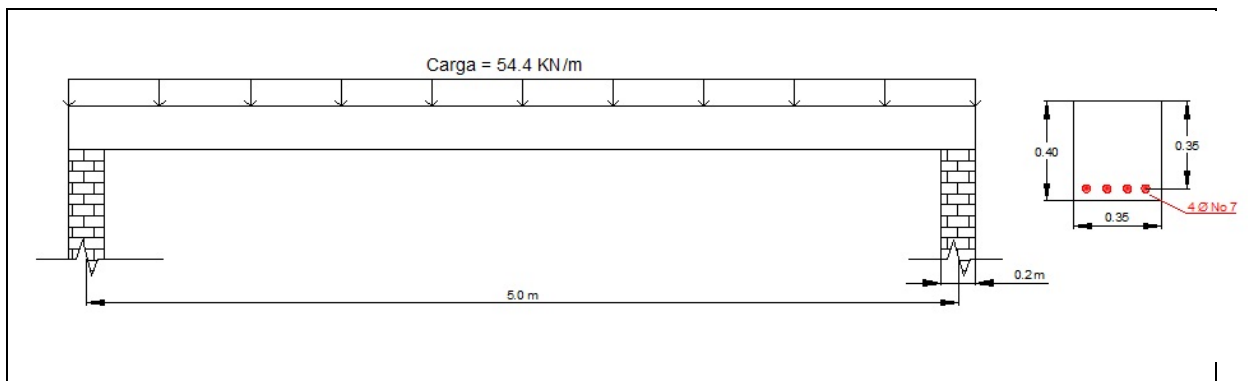


Figura 5.3-1 *Viga apoyada sobre muros*

Solución.

Por ser una viga simplemente apoyada haciendo un análisis estructural de la viga tenemos el siguiente diagrama cortante:

$$R1 = R2 = \frac{Wu * L}{2} = \frac{54.4 * 5}{2} = \mathbf{136 \text{ KN}}$$

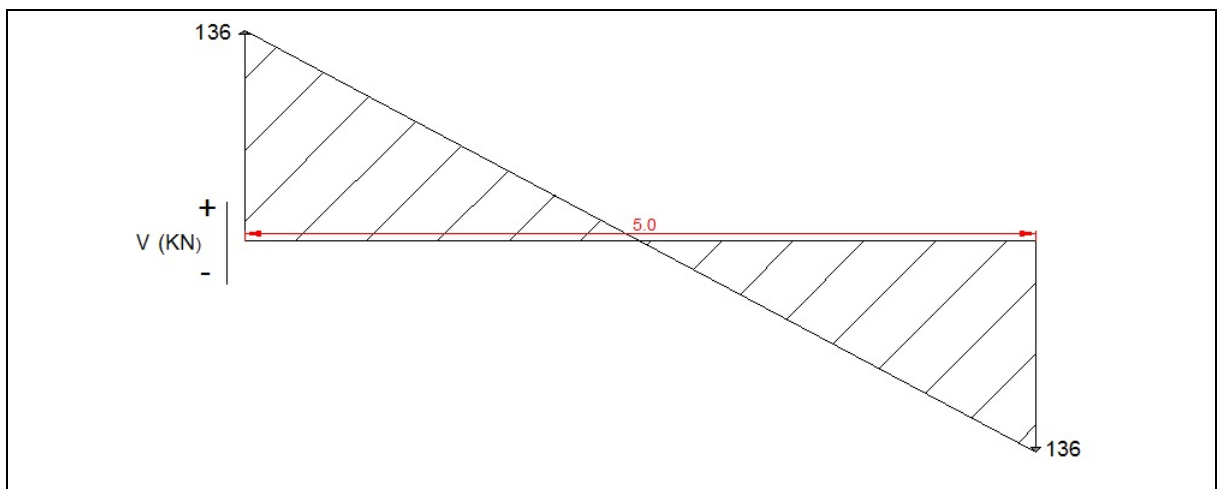


Figura 5.3-2 *Diagrama de fuerza cortante ejemplo 1*

Para el diseño a cortante de esta viga citamos lo indicado en la norma

C.11.1 — Resistencia al cortante

C.11.1.1 — Salvo para elementos diseñados de acuerdo con el Apéndice A, el diseño de secciones transversales sometidas a cortante debe estar basado en

$$\phi V_n \geq V_u$$

Entonces para el caso de este ejercicio tenemos:

$$\phi V_n > V_u \rightarrow V_u = V_c + V_s$$

Para determinar la resistencia nominal del concreto al cortante con un $b=350$ mm, $d=350$ mm, determinamos la resistencia del concreto en la sección, así:

$$V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c} * bd$$

$$V_c = 0.17 * 1.0 * \sqrt{21} * 350 * 350 = 95432 \text{ N} = \mathbf{95.4 \text{ KN}}$$

Multiplicando por el factor de reducción $\Phi = 0.75$; indicado en la norma para diseño a cortante:

$$\phi V_c = 0.75 * 95.43 = \mathbf{71.6 \text{ KN}}$$

Gráfico de cortante

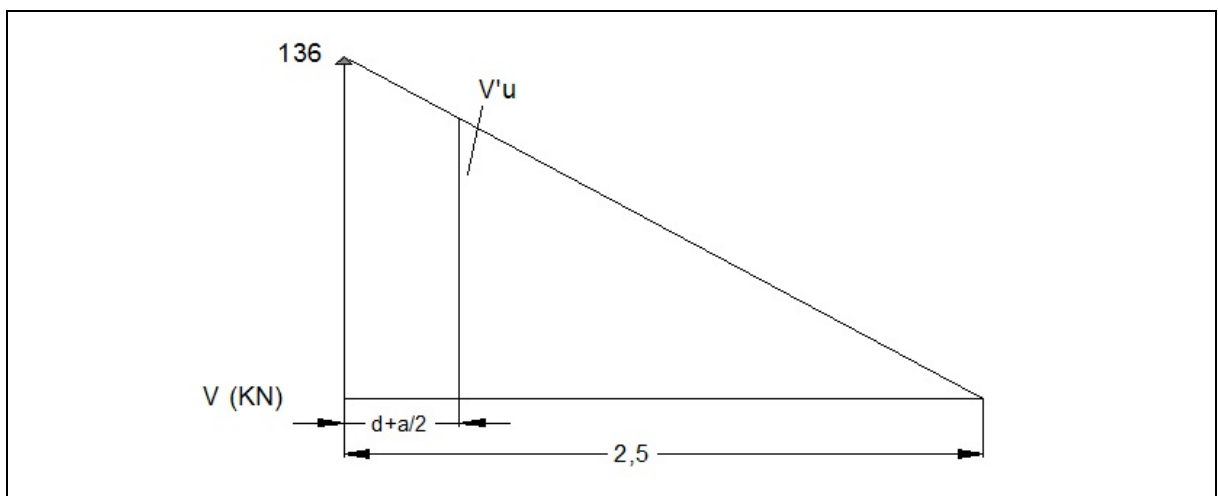


Figura 5.3-3 cortante ultimo de diseño

Ahora bien, para determinar el cortante ultimo que se produce debido a la carga en la viga, se determina mediante el diagrama de cortante a una distancia “d” del borde interno del apoyo. Para este ejercicio, agregando la mitad del ancho del apoyo (a/2) y considerando la figura 5.3-3 tenemos:

$$\rightarrow \frac{136}{2.5} = \frac{V'u}{2.5 - (d + a/2)} \quad \rightarrow \quad d + a/2 = 350 + 100 = 450\text{mm} = 0.45\text{m}$$

Resolviendo como regla de tres y despejando V'u:

$$V'u = 111.5 \text{ KN}$$

$$V'u > \phi V_c *$$

* Requiere de refuerzo a cortante, entonces siguiendo lo especificado en la norma:

C.11.4.7 — Diseño del refuerzo para cortante

C.11.4.7.1 — Donde V_u excede ϕV_c , el refuerzo para cortante debe proporcionarse de acuerdo con las ecuaciones (C.11-1) y (C.11-2), donde V_s debe calcularse de acuerdo con C.11.4.7.2 a C.11.4.7.9. $\rightarrow V'u = \phi V_c + V_s$

C.11.4.7.2 — Donde se utilice refuerzo para cortante perpendicular al eje del elemento:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{s}$$

Donde A_v es el área de refuerzo para cortante dentro del espaciamiento s .

Para este ejercicio:

$$V_s = V'u - \phi V_c = 111.5 - 71.6 = 39.95 \text{ KN} = 39950 \text{ N}$$

$$s = \phi * \frac{A_v * f_{yt} * d}{V_s} = \frac{0.75 * 2 * 71 * 280 * 350}{39950} = 261.3 \text{ mm}$$

Sin embargo la NSR-10 en **C.11.4.5.1** — *El espaciamiento del refuerzo de cortante colocado perpendicularmente al eje del elemento no debe exceder de $d/2$ en elementos de concreto no preesforzado, de $0.75h$ en elementos preesforzados, ni de 600 mm, cual sea menor.* Entonces:

$$s_{\max} = \frac{d}{2} = \frac{350}{2} = \mathbf{175 \text{ mm}}$$

Para el refuerzo necesario en la zona donde $V_u > 0.5\phi V_c$, debe colocarse el refuerzo mínimo según:

C.11.4.6 — Refuerzo mínimo a cortante

C.11.4.6.1 — *Debe colocarse un área mínima de refuerzo para cortante, $A_{v\min}$, en todo elemento de concreto reforzado sometido a flexión (preesforzado y no preesforzado) donde V_u exceda $0.5\phi V_c$.*

C.11.4.6.3 — *Cuando se requiera refuerzo para cortante, de acuerdo con C.11.4.6.1 o para resistencia y cuando C.11.5.1 permita que la torsión sea despreciada, $A_{v\min}$ para elementos preesforzados (excepto en lo previsto por C.11.4.6.4) y no preesforzados se debe calcular mediante:*

$$A_{v\min} = 0.35 \frac{b_w \cdot s}{f_{yt}}$$

por tal razón y para $A_v = 71 \text{ mm}^2$ (estribo con barras # 3), se determina el espaciamiento “s”, despejando de la anterior ecuación:

$$s = \frac{A_v \cdot f_{yt}}{0.35 \cdot b_w} = \frac{2 \cdot 71 \cdot 280}{0.35 \cdot 350}$$

$$\mathbf{s = 324 \text{ mm}}$$

Para la determinación de # de estribos tenemos:

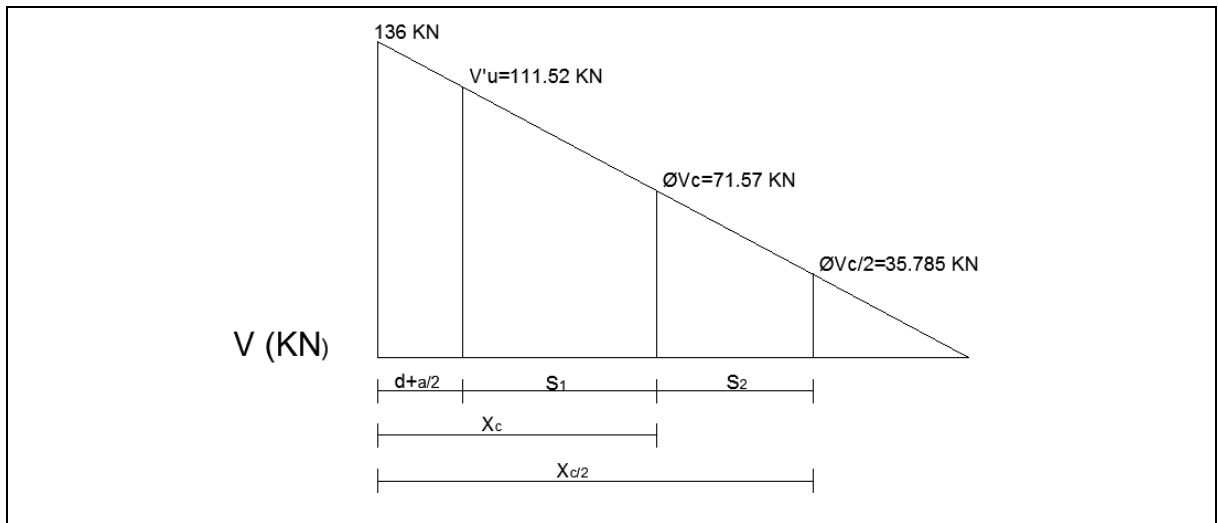


Figura 5.3-4 Espaciamiento de estribos

El valor de “S1” estará dado por la distancia en la viga que va desde “V’u” hasta “ØVc”, el cual para este ejercicio:

$$X_c = \frac{V - \phi V_c}{wu} = \frac{136 - 71.57}{54.4} = 1.18m$$

$$S_1 = X_c - \left(d + \frac{a}{2}\right) = 1.18 - 0,45 = 0.73m = 730mm$$

Para estribos con barras # 3 →

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S_1}{s} + 1 = \frac{730}{175} + 1 = 5.17$$

Al final se requieren **5 e # 3 @.175**

El valor de “S2” estará dado por la distancia en la viga que va desde “ØVc” hasta “ØVc/2”, el cual para este ejercicio:

$$X_{c/2} = \frac{V - \phi V_c / 2}{wu} = \frac{136 - 35.785}{54.4} = 1.84m$$

$$S_2 = X_{c/2} - X_c = 1.84 - 1.18 = 0.66\text{m} = 660\text{mm}$$

Para estribos con barras # 3 →

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S_2}{s} + 1 = \frac{660}{324} + 1 = 3.03$$

Al final se requieren **3 e # 3 @.324**

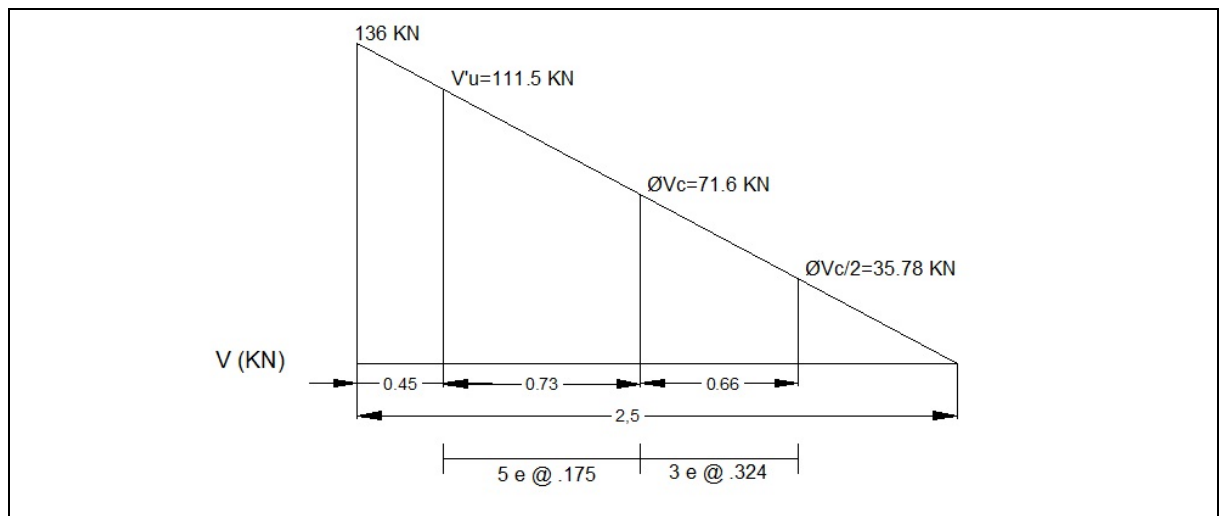


Figura 5.3-5 Distribución de estribos

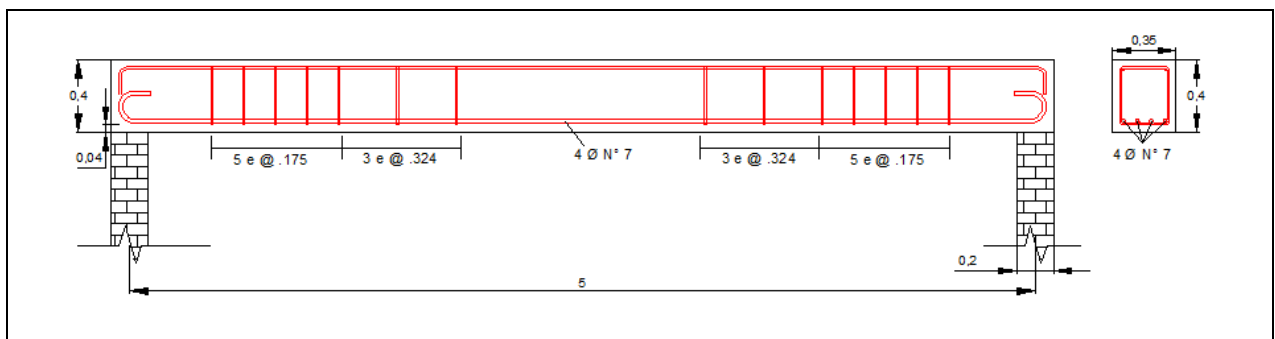


Figura 5.3-6 Despiece final

2. Una viga de sección rectangular de concreto reforzado con dimensiones de: $b = 400$ mm y $h = 650$ mm, con una altura efectiva $d = 560$ mm. Si la viga simplemente apoyada de luz libre $l = 6.0$ m, sometida a una carga distribuida de $W_u = 118$ KN/m. Determinar el refuerzo transversal que la viga requiere. Tener en cuenta un refuerzo por flexión de $A_s = 6$ barras # 8 y un $f'_c = 28$ MPa.

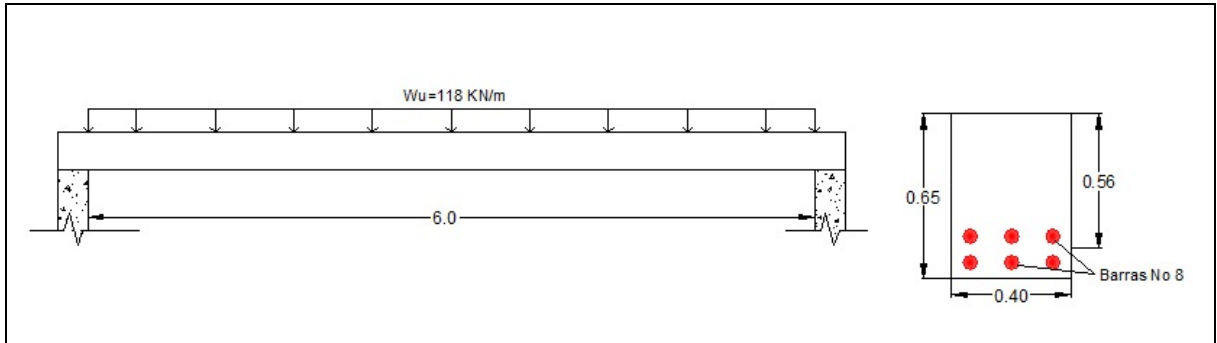


Figura 5.3-7 Viga de aplicación, ejemplo 2

Solución.

Igual que en el ejercicio anterior se determina el diagrama de cortante de la viga simplemente apoyada.

$$R1 = R2 = \frac{W_u * L}{2} = \frac{118 * 6}{2} = \mathbf{354 \text{ KN}}$$

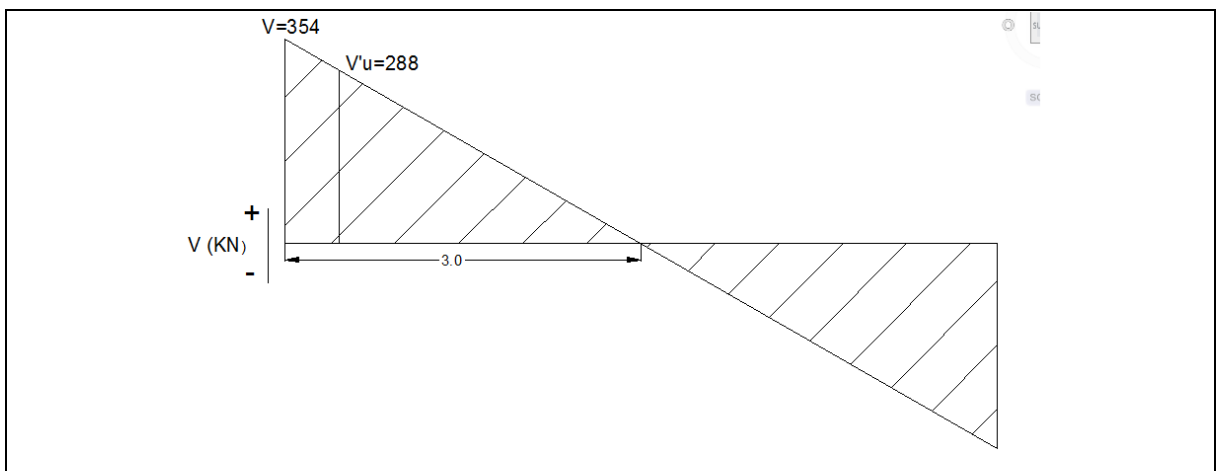


Figura 5.3-8 Diagrama de fuerza cortante ejemplo 2

La cortante última a una distancia “d” de la cara del apoyo, estará dada por:

$$\frac{V}{3.0} = \frac{V'_u}{3.0 - d} \quad \rightarrow \quad d = 560\text{mm}$$

Resolviendo como regla de tres y despejando V'_u :

$$V'_u = \frac{354 * (3.0 - 0.56)}{3.0} = 287.9 \text{ KN}$$

Se verifica la resistencia del concreto al cortante con un $b=400 \text{ mm}$, $d=560 \text{ mm}$, determinamos la resistencia del concreto en la sección, así:

$$V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c} * bd$$

$$V_c = 0.17 * 1.0 * \sqrt{28} * 400 * 560 = 201500 \text{ N} = \mathbf{201.50 \text{ KN}}$$

Multiplicando por el factor de reducción $\Phi = 0.75$; indicado en la norma para diseño a cortante:

$$\mathbf{\emptyset V_c = 0.75 * 201.50 = 151.1 \text{ KN}}$$

$$\mathbf{V'_u > \emptyset V_c *}$$

* Requiere de refuerzo a cortante, entonces siguiendo lo especificado en la norma determinamos la cantidad de refuerzo transversal y la separación de estribos.

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{s}$$

$$V_s = V'_u - \emptyset V_c = 287.9 - 151.1 = 136.8 \text{ KN} = 136800 \text{ N}$$

Después:

$$s = \frac{\phi * A_v * f_{yt} * d}{V_s} = \frac{0.75 * 2 * 71 * 280 * 560}{136800} = 122.1 \text{ mm}$$

Valor que es menor que la separación máxima establecida en la norma

$$s_{\max} = \frac{d}{2} = \frac{560}{2} = \mathbf{280 \text{ mm}}$$

$$s < s_{\max} \rightarrow \text{Ok}$$

Para el refuerzo necesario en la zona donde $V_u > 0.5\phi V_c$, debe colocarse el refuerzo mínimo según:

$$A_{v_{\min}} = 0.35 \frac{b_w \cdot s}{f_{yt}}$$

por tal razón y para $A_v = 71 \text{ mm}^2$ (estribo con barras # 3), se determina el espaciamiento “s”, despejando de la anterior ecuación:

$$s = \frac{A_v * f_{yt}}{0.35 * b_w} = \frac{2 * 71 * 280}{0.35 * 400}$$

$$s = \mathbf{284 \text{ mm}}$$

Para la determinación del # de estribos tenemos:

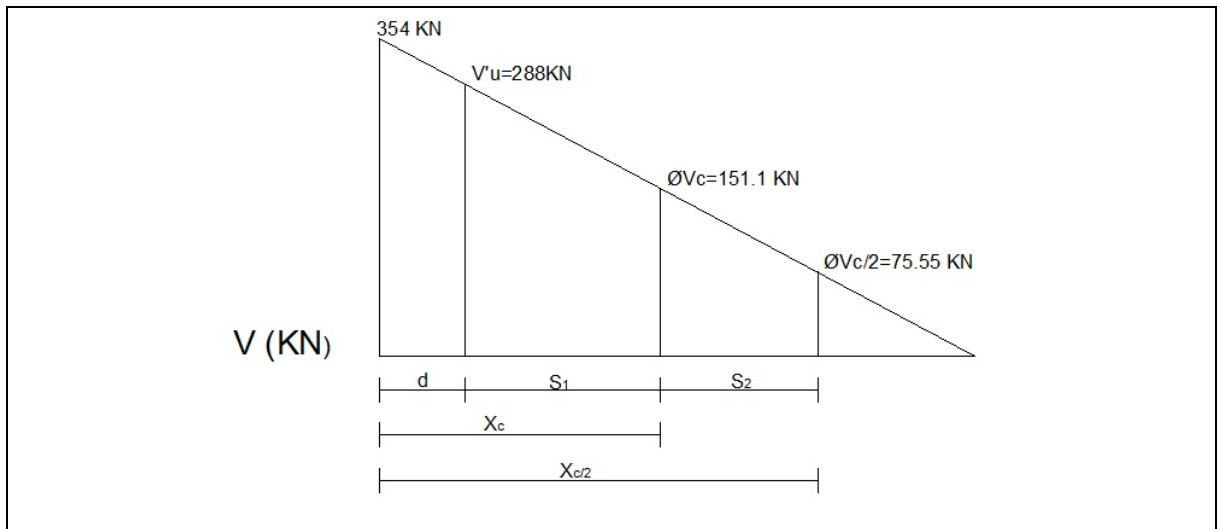


Figura 5.3-9 Espaciamiento de estribos

Una vez identificadas las zonas de refuerzo y el espaciamiento de refuerzo, se determinan las distancias respectivas por medio de semejanza de triángulos:

$$X_c = \frac{V - \phi V_c}{W_u} = \frac{354 - 151.1}{118} = 1.72m$$

$$S_1 = X_c - d = 1.72 - 0.56 = 1.16m = 1160mm$$

Para estribos con barras # 3 →

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S_1}{s} + 1 = \frac{1160}{122.1} + 1 = 10.5$$

Al final se requieren **10 e # 3 @.122**

El valor de “S2” estará dado por la distancia en la viga que va desde “ØVc” hasta “ØVc/2”:

$$X_{c/2} = \frac{V - \phi V_c / 2}{W_u} = \frac{354 - 75.55}{118} = 2.36m$$

$$S_2 = X_{c/2} - X_c = 2.36 - 1.72 = 0.64\text{m} = 640\text{mm}$$

Para estribos con barras # 3 \rightarrow

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S_2}{s} + 1 = \frac{640}{284} + 1 = 3.25$$

Al final se requieren **3 e # 3 @.284**

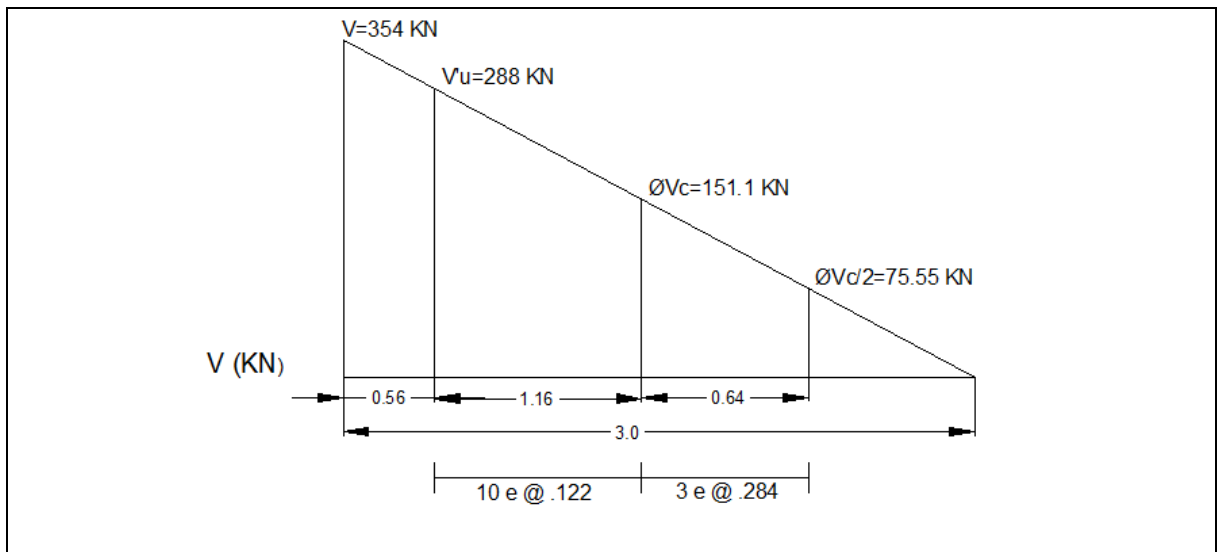


Figura 5.3-10 Distribución de estribos

3. Diseño de una viga continua con un $b=200\text{mm}$; $d=260\text{mm}$; $f'_c = 21 \text{ MPa}$ y $f_y = 280 \text{ MPa}$; cargada con $D = 2 \text{ KN/m}$ y $L = 5 \text{ KN/m}$. Determinar la cantidad de refuerzo transversal al esfuerzo cortante crítico.

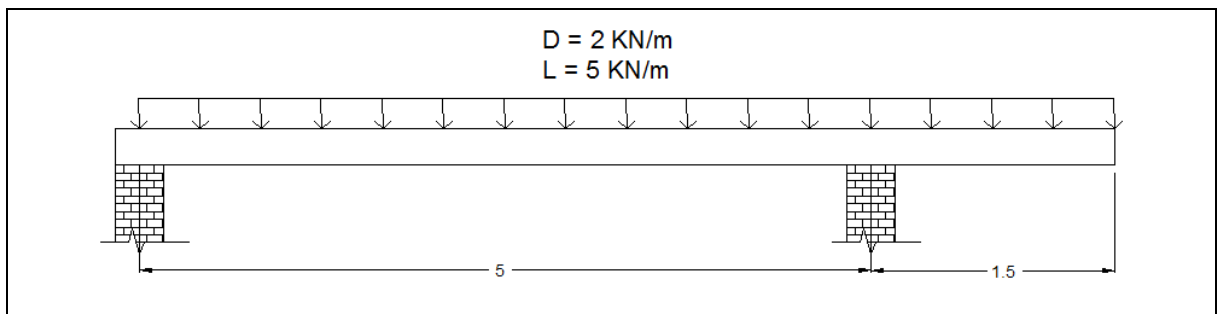


Figura 5.3-11 Viga con apoyo continuo en voladizo

Con las cargas de diseño:

$$W_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 2 + 1.6 \times 5 = \underline{\underline{10.4 \text{ KN/m}}}$$

Realizando un análisis estructural del elemento tenemos:

$$R_a = 23.66 \text{ KN}$$

$$R_b = 43.94 \text{ KN}$$

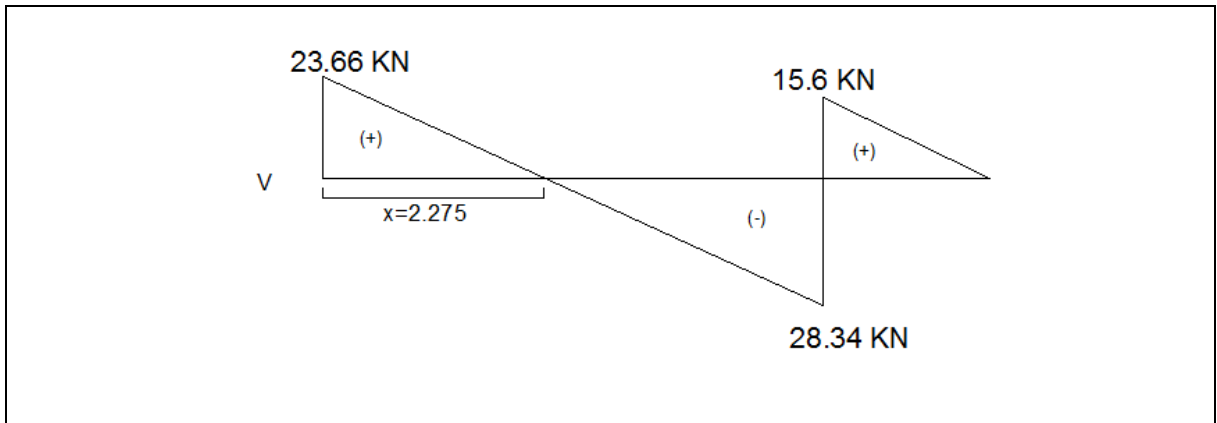


Figura 5.3-12 Diagramas de cortante ejemplo 3

Considerando

$$\phi V_n > V_u \quad \rightarrow \quad V_u = V_c + V_s$$

La resistencia nominal del concreto al cortante para $b=200 \text{ mm}$, $d=260 \text{ mm}$:

$$V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c} * bd$$

$$V_c = 0.17 * 1.0 * \sqrt{21} * 200 * 260 = 40510 \text{ N} = \underline{\underline{40.5 \text{ KN}}}$$

Multiplicando por el factor de reducción $\Phi = 0.75$; indicado en la norma para diseño a cortante:

$$\phi V_c = 0.75 * 40.51 = 30.4 \text{ KN}$$

Ahora bien, como ninguno de los cortantes actuantes en la viga supera la resistencia al cortante del concreto (*figura 5.3-12*), solo se requiere de refuerzo mínimo a lo largo de todo el elemento:

Refuerzo mínimo a cortante

$$A_{v_{min}} = 0.35 \frac{b_w \cdot s}{f_{yt}}$$

por tal razón y para $A_v = 32 \text{ mm}^2$ (estribo con barras # 2), se determina el espaciamiento “s”, despejando de la anterior ecuación:

$$s = \frac{A_v \cdot f_{yt}}{0.35 \cdot b_w} = \frac{2 \cdot 32 \cdot 280}{0.35 \cdot 200}$$

$$s = 256 \text{ mm}$$

Para la determinación de # de estribos tenemos:

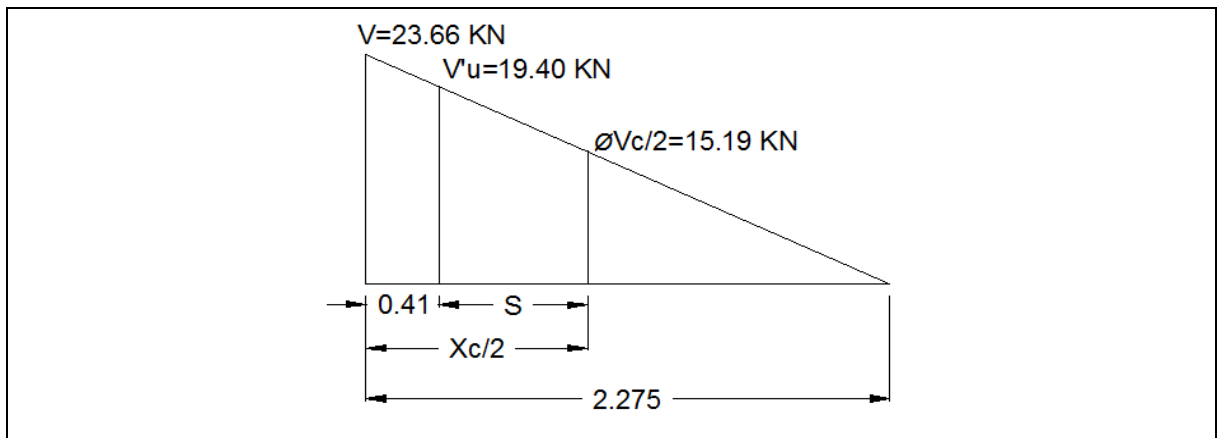


Figura 5.3-13 Espaciamiento ejemplo 3

El cortante último se determina mediante:

$$\rightarrow \frac{23.66}{2.275} = \frac{V'u}{2.275 - (d + a/2)} \rightarrow d + a/2 = 260 + 150 = 410 \text{ mm} = 0.41 \text{ m}$$

Resolviendo como regla de tres y despejando $V'u$:

$$V'u = 19.40 \text{ KN}$$

El valor de “S” estará dado por la distancia en la viga que va desde “ $V'u$ ” hasta “ $\emptyset V_c/2$ ”, el cual para este ejercicio:

$$X_{c/2} = \frac{V - \emptyset V_c/2}{wu} = \frac{23.66 - 15.19}{10.4} = 0.81m = 810mm$$

$$S = X_{c/2} - \left(d + \frac{a}{2}\right) = 810 - 410 = 400mm$$

Para estribos con barras # 2 \rightarrow

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S}{s} + 1 = \frac{400}{256} + 1 = 2.58$$

Al final se requieren **2 e # 2 @ .256**

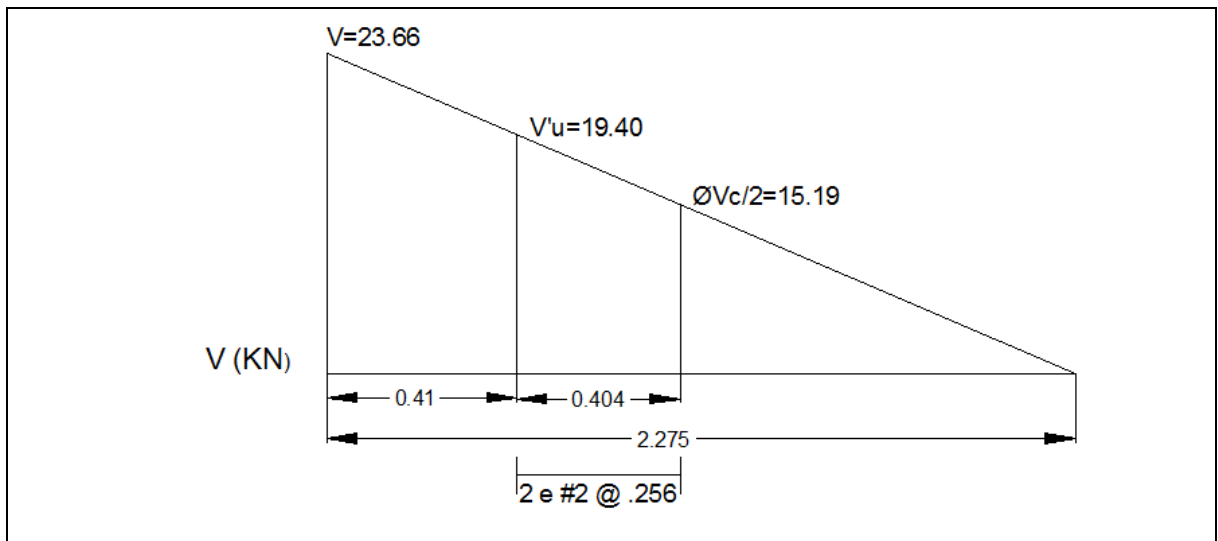


Figura 5.3-14 Distribución de estribos ejemplo 3

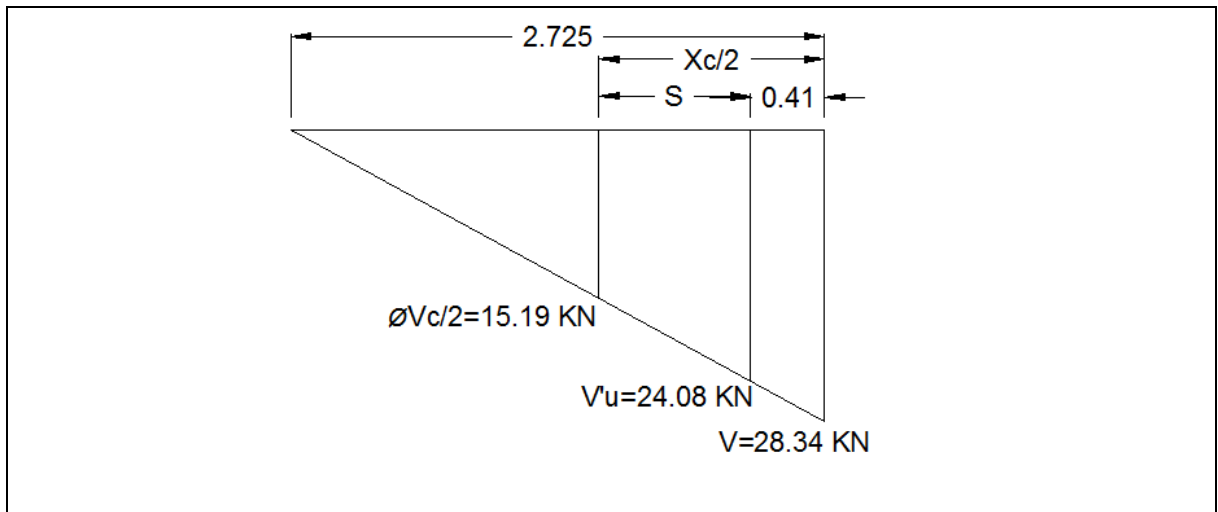


Figura 5.3-15 Espaciamiento ejemplo 3 cortante 2

En el otro apoyo se tiene cortante último mediante:

$$\rightarrow \frac{28.34}{2.725} = \frac{V'u}{2.725 - (d + a/2)} \rightarrow d + a/2 = 0.41m$$

Resolviendo como regla de tres y despejando $V'u$:

$$V'u = 24.08 \text{ KN}$$

El valor de “S” estará dado por la distancia en la viga que va desde “ $V'u$ ” hasta “ $\emptyset Vc/2$ ”, el cual para este ejercicio:

$$X_{c/2} = \frac{V - \emptyset Vc/2}{wu} = \frac{28.34 - 15.19}{10.4} = 1.26m$$

$$S = X_{c/2} - \left(d + \frac{a}{2}\right) = 1.26 - 0.41 = 0.85m = 850mm$$

Para estribos con barras # 2 \rightarrow

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S}{s} + 1 = \frac{850}{256} + 1 = 4.32$$

Al final se requieren **4 e # 2 @.256**

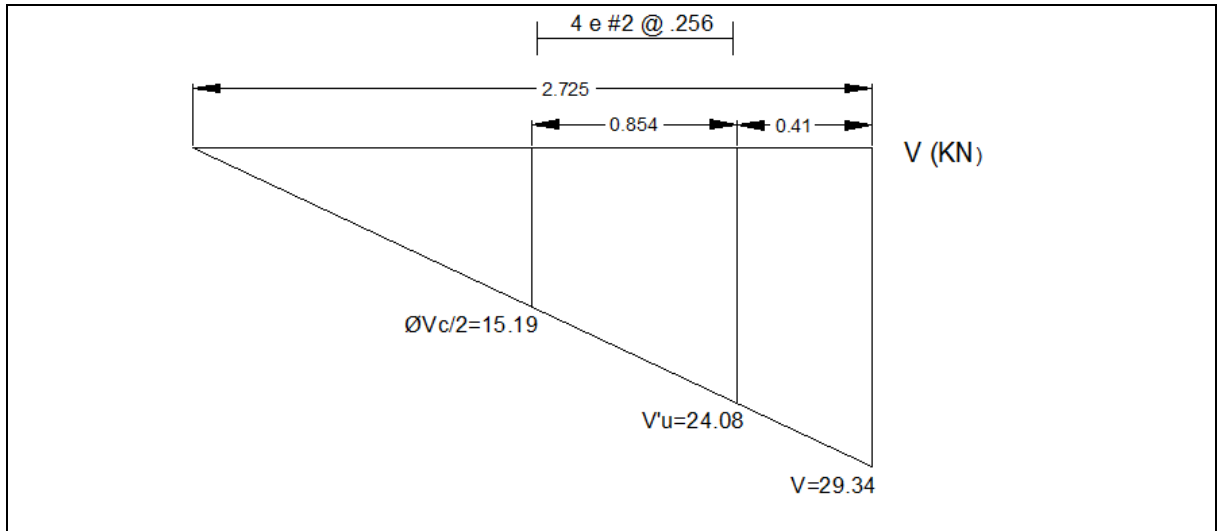


Figura 5.3-16 Distribución de estribos ejemplo 3 cortante 2

Como en el tramo en voladizo de la viga el cortante actuante esta por debajo de la mitad de la resistencia del concreto, es insignificante el uso de refuerzo en esta sección.

4. Se tiene una viga de sección rectangular con dimensiones de 350x800mm; reforzada longitudinalmente con 4 barras No 10 con $d = 710 \text{ mm}$, simplemente apoyada con una luz libre de 7.60 m. Determinar el refuerzo transversal de la viga si esta debe soportar los esfuerzos producto de su propio peso y una sobrecarga de 120 KN/m. Considerar un $f'_c = 28 \text{ MPa}$ y un $f_y = 420 \text{ MPa}$.

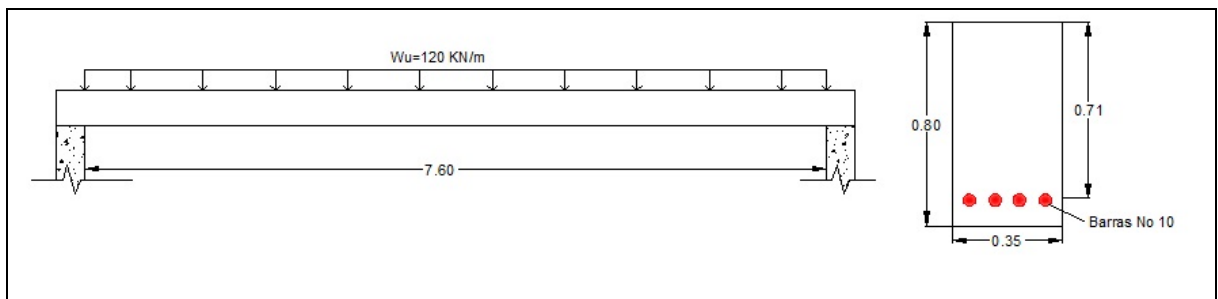


Figura 5.3-17 Viga de aplicación, ejemplo 4

Solución.

Se realiza el respectivo análisis estructural de la viga simplemente apoyada, considerando el peso propio de la viga:

$$Wu_{pp} = b \cdot h \cdot \rho \cdot g = 0.35 \text{ m} \cdot 0.8 \text{ m} \cdot 2.4 \text{ t/m}^3 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 = 6.58 \text{ KN/m}$$

Con las cargas de diseño:

$$Wu = 1.2D + 1.6L = (1.2 \cdot 6.58) + (1.6 \cdot 120) = \mathbf{200 \text{ KN/m}}$$

$$V = \frac{Wu \cdot L}{2} = \frac{200 \cdot 7.6}{2} = \mathbf{760 \text{ KN}}$$

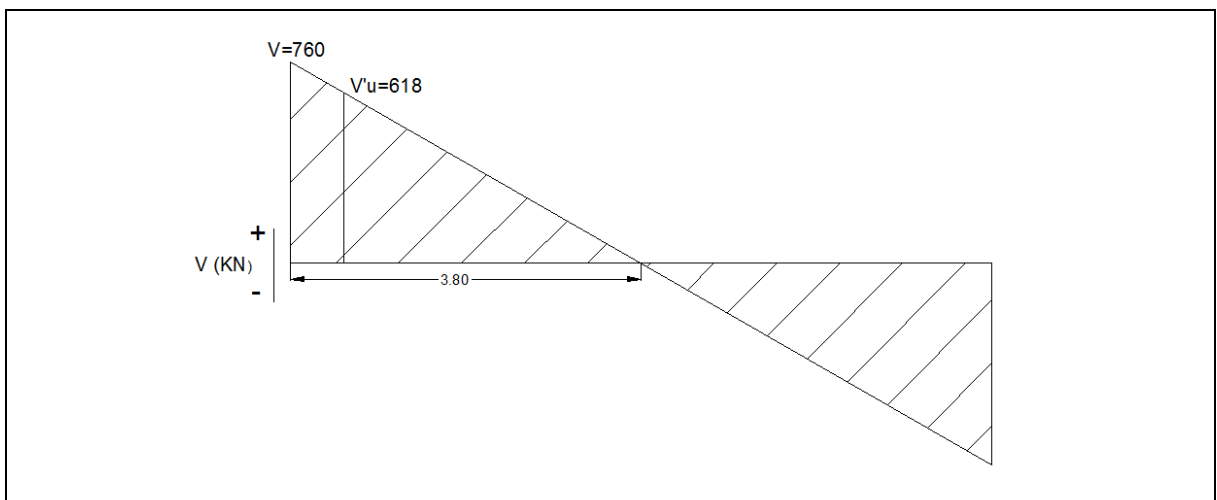


Figura 5.3-18 Diagrama de fuerza cortante ejemplo 4

La cortante última de diseño a una distancia “d” de la cara del apoyo, estará dada por:

$$\frac{V}{3.8} = \frac{V'u}{3.8 - d} \quad \rightarrow \quad d = 710 \text{ mm}$$

Resolviendo como regla de tres y despejando V'u:

$$V'_u = \frac{760 * (3.8 - 0.71)}{3.8} = 618 \text{ KN}$$

Se verifica la resistencia del concreto al cortante con un $b=400 \text{ mm}$, $d=710 \text{ mm}$, determinamos la resistencia del concreto en la sección, así:

$$V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c} * bd$$

$$V_c = 0.17 * 1.0 * \sqrt{28} * 350 * 710 = 223540 \text{ N} = \mathbf{223.5 \text{ KN}}$$

Multiplicando por el factor de reducción $\phi = 0.75$; indicado en la norma para diseño a cortante:

$$\phi V_c = 0.75 * 223.54 = 167.7 \text{ KN}$$

$$V'_u > \phi V_c *$$

* Requiere de refuerzo a cortante, entonces siguiendo lo especificado en la norma determinamos la cantidad de refuerzo transversal y la separación de estribos.

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{s}$$

$$V_s = V'_u - \phi V_c = 618 - 167.7 = 450.3 \text{ KN}$$

Se verifica que no sobrepase el máximo cortante permitido por la norma:

$$V_{s_{max}} = 0.66\sqrt{f'_c}bd = 0.66 * \sqrt{28} * 350 * 710 = 867860 \text{ N} = 868 \text{ KN}$$

$$V_s < V_{s_{max}}$$

Después:

$$s = \frac{\emptyset * A_v * f_{yt} * d}{V_s} = \frac{0.75 * 2 * 71 * 420 * 710}{450300} = 70.5 \text{ mm}$$

Se verifica con la separación máxima que esta regida por:

$$s_{\max} = \frac{d}{2} = \frac{710}{2} = \mathbf{355 \text{ mm}}$$

Debe tenerse en cuenta el alto valor de resistencia al cortante que proporciona el refuerzo, por lo que se chequea con la expresión:

$$V_{s0} = 0.33\sqrt{f'_c}bd = 0.33 * \sqrt{28} * 350 * 710 = 433930 \text{ N} = \mathbf{433.9 \text{ KN}}$$

$V_s > V_{s0}$; Por lo que la separación máxima se reduce a la mitad

$$s_{\max} = \frac{d}{4} = \frac{710}{4} = \mathbf{177.5 \text{ mm}}$$

Ahora bien la separación de 70.5 mm dada para este ejercicio es una distancia muy corta entre estribos, lo que ocasionaría congestión de acero a lo largo de la viga de concreto teniendo que buscar una metodología para mejorar la situación. Existen varias opciones; una es aumentar la resistencia del acero, el tamaño de la barra ó las dimensiones del elemento. También podemos determinar la resistencia nominal de la viga usando diferentes distancias de separación en el tramo donde $V > \emptyset V_c$. Para ello se utilizaran distancias de 150, 100 y 70.5 mm:

- Para $s = 150 \text{ mm}$

$$\emptyset V_s = \frac{0.75 * 2 * 71 * 420 * 710}{150} = 211722 \text{ N} = \mathbf{211.7 \text{ KN}}$$

$$\phi V_n = \phi V_c + \phi V_s = 167.7 + 211.7 = \mathbf{379.4 \text{ KN}}$$

- Para $s = 100 \text{ mm}$

$$\phi V_s = \frac{0.75 * 2 * 71 * 420 * 710}{100} = 317583 \text{ N} = \mathbf{317.6 \text{ KN}}$$

$$\phi V_n = \phi V_c + \phi V_s = 167.7 + 317.6 = \mathbf{485.3 \text{ KN}}$$

Para la determinación del # de estribos tenemos:

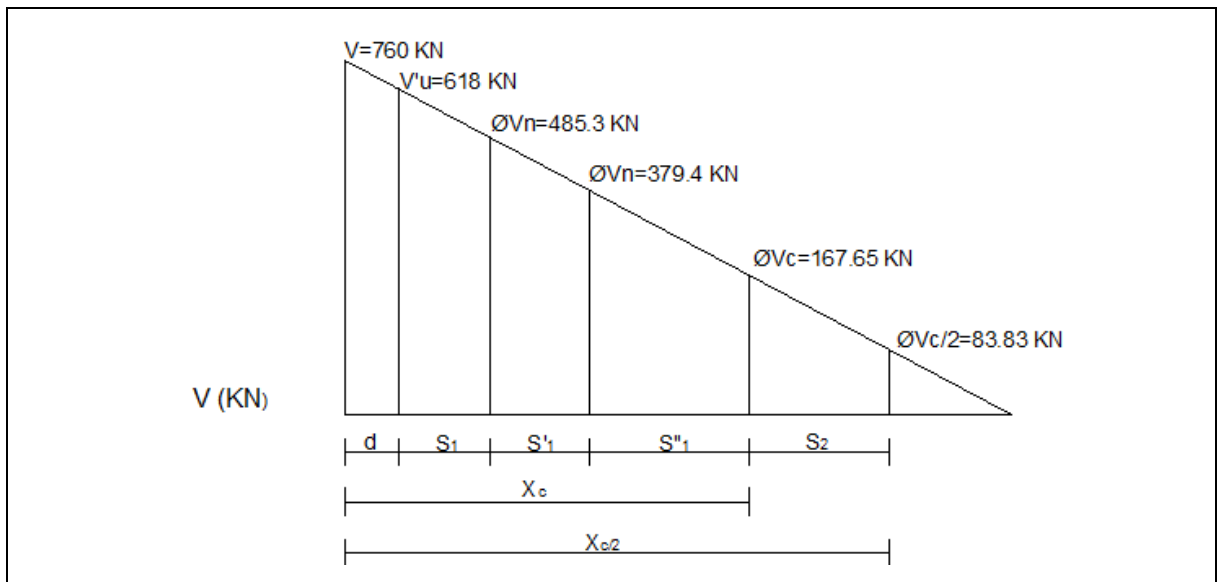


Figura 5.3-19 Espaciamiento de estribos ej. 4

Una vez identificadas las zonas de refuerzo y el espaciamiento de refuerzo, se determinan las distancias respectivas por medio de semejanza de triángulos:

$$X_c = \frac{V - \phi V_n}{W_u} = \frac{760 - 485.3}{200} = 1.37 \text{ m} = 1370 \text{ mm}$$

$$S_1 = X_c - d = 1370 - 710 = 660 \text{ mm}$$

$$X_c = \frac{V - \phi V_n}{W_u} = \frac{760 - 379.4}{200} = 1.9 \text{ m} = 1900 \text{ mm}$$

$$S'_1 = X_c - (d + S_1) = 1900 - (710 + 660) = 530 \text{ mm}$$

$$X_c = \frac{V - \phi V_c}{W_u} = \frac{760 - 167.7}{200} = 2.96 \text{ m} = 2960 \text{ mm}$$

$$S''_1 = X_c - (d + S_1 + S'_1) = 2960 - (710 + 660 + 530) = 1060 \text{ mm}$$

Para estribos con barras # 3 \rightarrow

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S_1}{s} + 1 = \frac{660}{70.5} + 1 \approx 10 \text{ e}$$

Se requieren **10 e # 3 @.071**

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S'_1}{s} + 1 = \frac{530}{100} + 1 \approx 6 \text{ e}$$

Se requieren **6 e # 3 @.10**

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S''_1}{s} + 1 = \frac{1060}{150} + 1 \approx 8 \text{ e}$$

Se requieren **8 e # 3 @.15**

Para el refuerzo necesario en la zona donde $V_u > 0.5\phi V_c$, debe colocarse el refuerzo mínimo según:

$$A_{v_{min}} = 0.35 \frac{b_w \cdot s}{f_{yt}}$$

por tal razón y para $A_v = 71 \text{ mm}^2$ (estribo con barras # 3), se determina el espaciamiento “s”, despejando de la anterior ecuación:

$$s = \frac{A_v * f_{yt}}{0.35 * b_w} = \frac{2 * 71 * 420}{0.35 * 350}$$

$$s = 487 \text{ mm}$$

El valor de “S2” estará dado por la distancia en la viga que va desde “ØVc” hasta “ØVc/2”:

$$X_{c/2} = \frac{V - \phi V_c / 2}{W_u} = \frac{760 - 83.83}{200} = 3.38 \text{ m} = 3380 \text{ mm}$$

$$S_2 = X_{c/2} - X_c = 3380 - 2960 = 420 \text{ mm}$$

Para estribos con barras # 3 →

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S_2}{s} + 1 = \frac{420}{486} + 1 \approx 1 \text{ e}$$

Al final se requieren **e # 3 @.48**

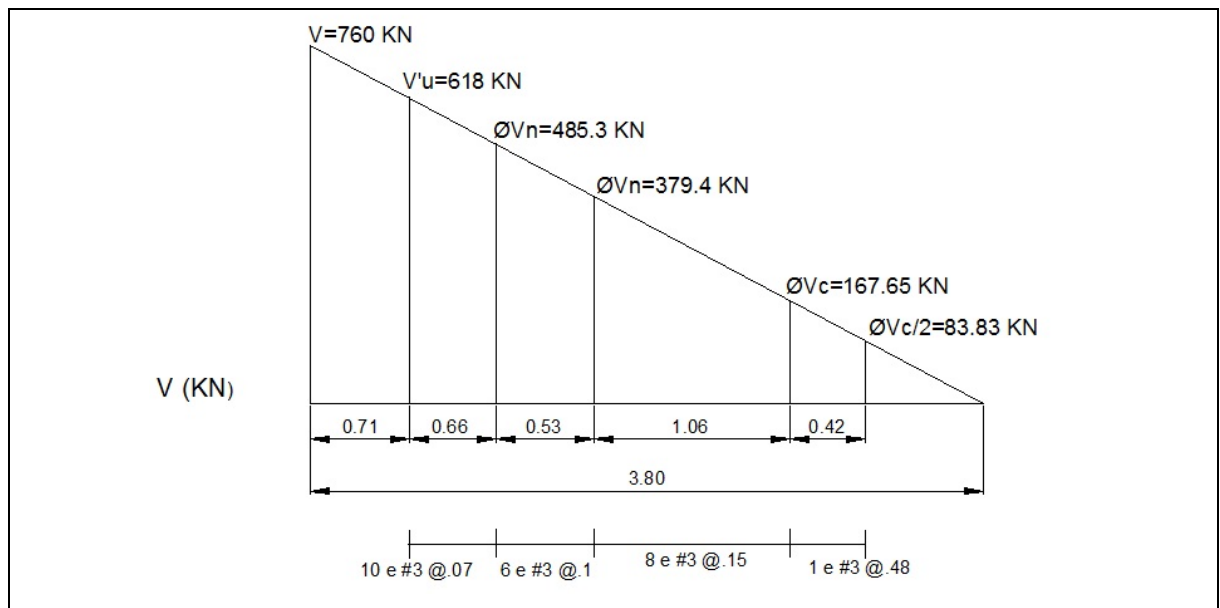


Figura 5.3-20 Distribución de estribos ej. 4

5. Diseño de una viga con doble apoyo continuo sometida a una carga viva de 35 KN/m con dimensiones de $b=0.30$ m; $h=0.60$ m; reforzada a la flexión como lo muestra la figura. Para un $f'_c = 28$ MPa y $f_y = 280$ MPa, determinar la cantidad de refuerzo transversal al esfuerzo cortante.

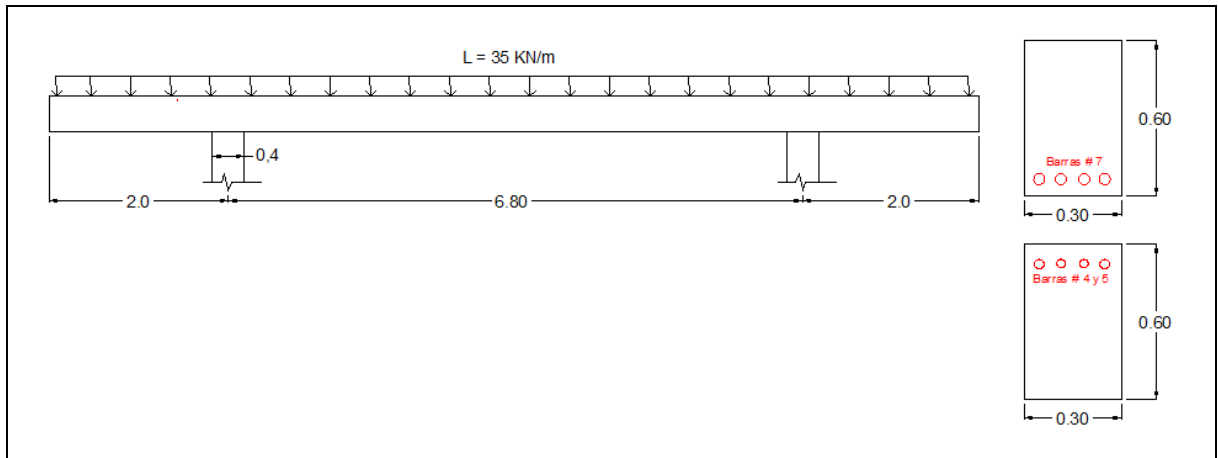


Figura 5.3-21 Viga con doble apoyo continuo en voladizo

Solución.

Haciendo el análisis estructural de la viga mostrada y considerando el peso propio de la viga:

$$Wu_{pp} = b \cdot h \cdot \rho \cdot g = 0.30 \text{ m} \cdot 0.6 \text{ m} \cdot 2.4 \frac{t}{m^3} \cdot 9.8 \frac{m}{s^2} = 4.23 \frac{KN}{m}$$

Con las cargas de diseño:

$$Wu = 1.2D + 1.6L = (1.2 \cdot 4.23) + (1.6 \cdot 35) = \mathbf{61 \text{ KN/m}}$$

$$Ra = 329.4 \text{ KN}$$

$$Rb = 329.4 \text{ KN}$$

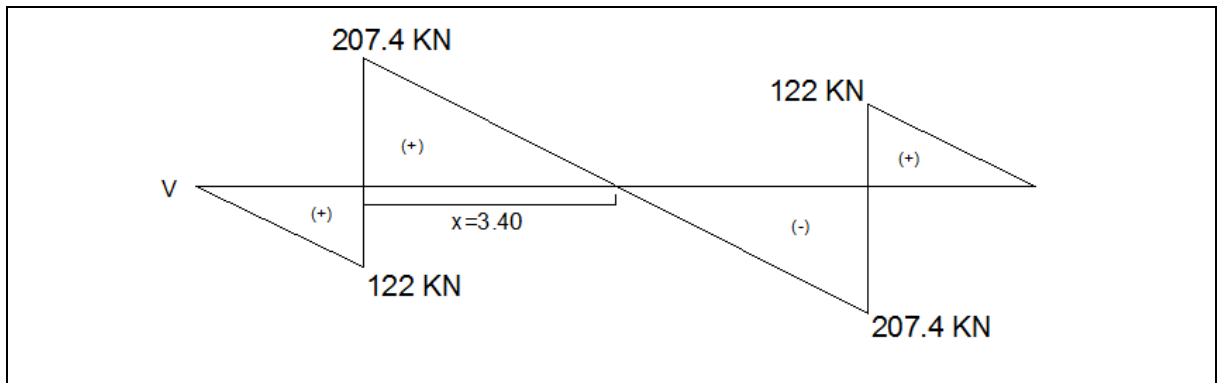


Figura 5.3-22 Diagramas de cortante ejemplo 5

Iniciamos con el mayor de los cortante $V=207.4$ KN. La cortante última de diseño a una distancia “d” de la cara del apoyo, estará dada por:

$$\frac{V}{3.4} = \frac{V'_u}{3.4 - (d + \frac{a}{2})} \quad \rightarrow \quad d + a/2 = 570\text{mm}$$

Resolviendo como regla de tres y despejando V'_u :

$$V'_u = \frac{207.4 * (3.4 - 0.57)}{3.4} = 172.60 \text{ KN}$$

La resistencia nominal del concreto al cortante para $b=300$ mm, $d=550$ mm:

$$V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c} * bd$$

$$V_c = 0.17 * 1.0 * \sqrt{28} * 300 * 550 = 148427 \text{ N} = \mathbf{148.4 \text{ KN}}$$

Multiplicando por el factor de reducción $\Phi = 0.75$; indicado en la norma para diseño a cortante:

$$\Phi V_c = 0.75 * 148.4 = 111.3 \text{ KN}$$

$$\mathbf{V'_u > \Phi V_c}$$

* Requiere de refuerzo a cortante, entonces siguiendo lo especificado en la norma determinamos la cantidad de refuerzo transversal y la separación de estribos.

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{s}$$

$$V_s = V'_u - \phi V_c = 172.6 - 111.3 = 61.3 \text{ KN} = 61300 \text{ N}$$

Después:

$$s = \frac{\phi \cdot A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{V_s} = \frac{0.75 \cdot 2 \cdot 71 \cdot 280 \cdot 550}{61300} = \mathbf{267.5 \text{ mm}}$$

La resistencia al cortante que proporciona el refuerzo, se chequea con la expresión:

$$V_{s0} = 0.33\sqrt{f'_c}bd = 0.33 \cdot \sqrt{28} \cdot 300 \cdot 550 = 288121 \text{ N} = 288.12 \text{ KN}$$

$V_s < V_{s0}$; Por lo que la separación máxima establecida en la norma es:

$$s_{\max} = \frac{d}{2} = \frac{550}{2} = 275 \text{ mm}$$

$$s < s_{\max} \rightarrow \text{Ok}$$

Para el refuerzo necesario en la zona donde $V'_u > 0.5\phi V_c$, debe colocarse el refuerzo mínimo según:

$$A_{v_{\min}} = 0.35 \frac{b_w \cdot s}{f_{yt}}$$

por tal razón y para $A_v = 71 \text{ mm}^2$ (estribo con barras # 3), se determina el espaciamiento “s”, despejando de la anterior ecuación:

$$s = \frac{A_v \cdot f_{yt}}{0.35 \cdot b_w} = \frac{2 \cdot 71 \cdot 280}{0.35 \cdot 300}$$

$$\mathbf{s = 378 \text{ mm}}$$

Para la determinación del # de estribos tenemos:

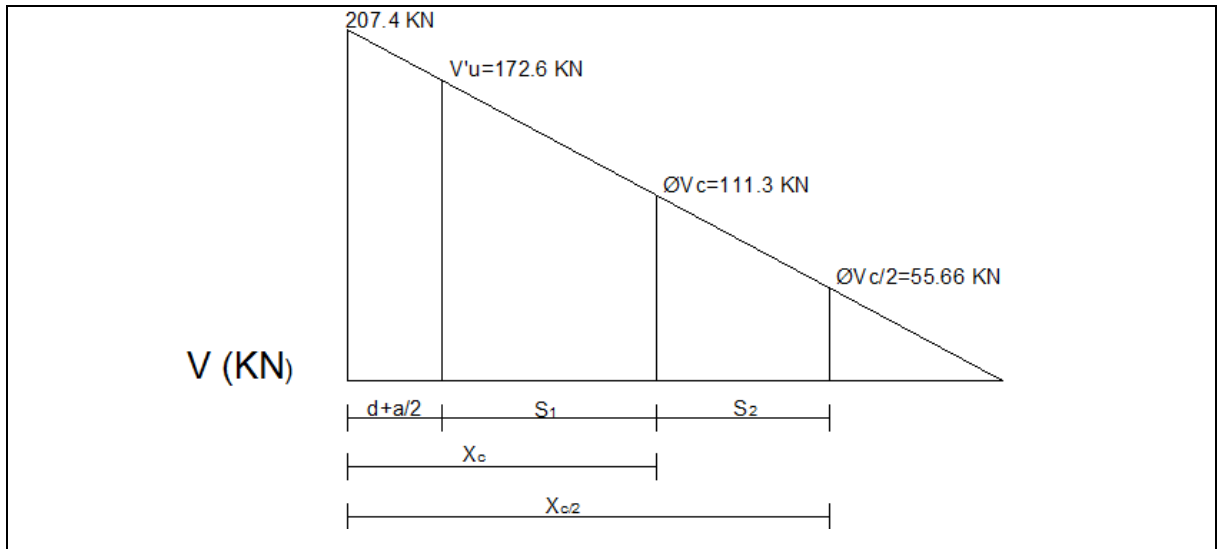


Figura 5.3-23 Espaciamiento de estribos ej. 5

Una vez identificadas las zonas de refuerzo y el espaciamiento de refuerzo, se determinan las distancias respectivas por medio de semejanza de triángulos:

$$X_c = \frac{V - \phi V_c}{W_u} = \frac{207.4 - 111.3}{61} = 1.58 \text{ m}$$

$$S_1 = X_c - (d + a/2) = 1.58 - 0.57 = 1.01 \text{ m} = 1001 \text{ mm}$$

Para estribos con barras # 3 \rightarrow

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S_1}{s} + 1 = \frac{1001}{267.5} + 1 = 4.76$$

Al final se requieren **4 e # 3 @ .268**

El valor de “S2” estará dado por la distancia en la viga que va desde “ ϕV_c ” hasta “ $\phi V_c / 2$ ”:

$$X_{c/2} = \frac{V - \phi V_c / 2}{W_u} = \frac{207.4 - 55.66}{61} = 2.49m$$

$$S_2 = X_{c/2} - X_c = 2.49 - 1.58 = 0.91m = 910mm$$

Para estribos con barras # 3 →

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S_2}{s} + 1 = \frac{910}{378} + 1 = 3.41$$

Al final se requieren **3 e # 3 @.378**

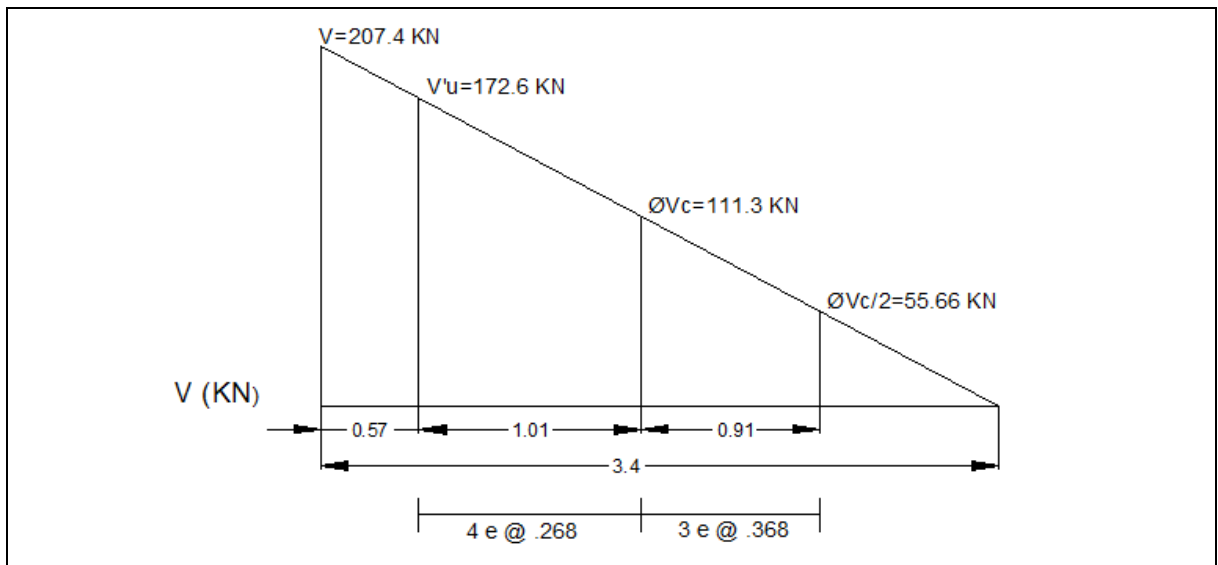


Figura 5.3-24 Distribución de estribos ej. 5

Para el cortante $V=122$ KN. La cortante última de diseño a una distancia “d” de la cara del apoyo, estará dada por:

$$\frac{V}{3.4} = \frac{V'u}{3.4 - (d + \frac{a}{2})} \rightarrow d + \frac{a}{2} = 570mm$$

Resolviendo como regla de tres y despejando $V'u$:

$$V'_u = \frac{122 * (3.4 - 0.57)}{3.4} = 87.2 \text{ KN}$$

$$V'_u < \phi V_c *$$

* No Requiere de refuerzo a cortante, calculando refuerzo mínimo.

Considerando la *figura 5.3-25*, el valor de “S1” estará dado por la distancia en la viga que va desde “V’u” hasta “ $\phi V_c/2$ ”, el cual para este ejercicio:

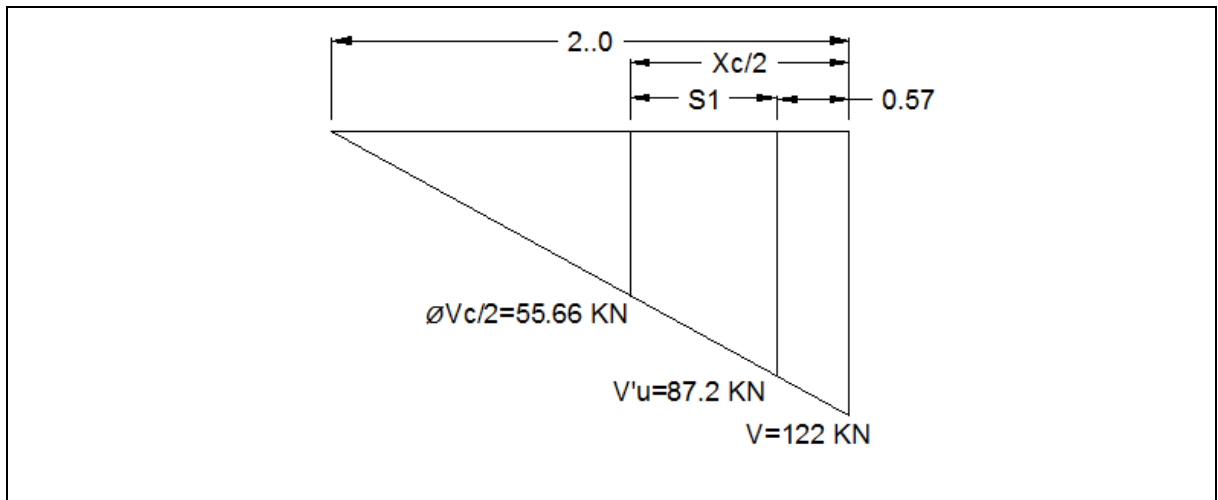


Figura 5.3-25 Espaciamiento ejemplo 5 cortante 2

$$s = 378 \text{ mm}$$

Para la determinación del # de estribos tenemos:

El valor de “S1” estará dado por la distancia en la viga que va desde “ ϕV_c ” hasta “ $\phi V_c/2$ ”:

$$X_{c/2} = \frac{V - \phi V_c/2}{W_u} = \frac{122 - 55.66}{61} = 1.09m$$

$$S_2 = X_{c/2} - d - a/2 = 1.09 - 0.57 = 0.52\text{m} = 520\text{mm}$$

Para estribos con barras # 3 →

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S_2}{s} + 1 = \frac{520}{378} + 1 = 2.37$$

Al final se requieren **2 e # 3 @ .378**

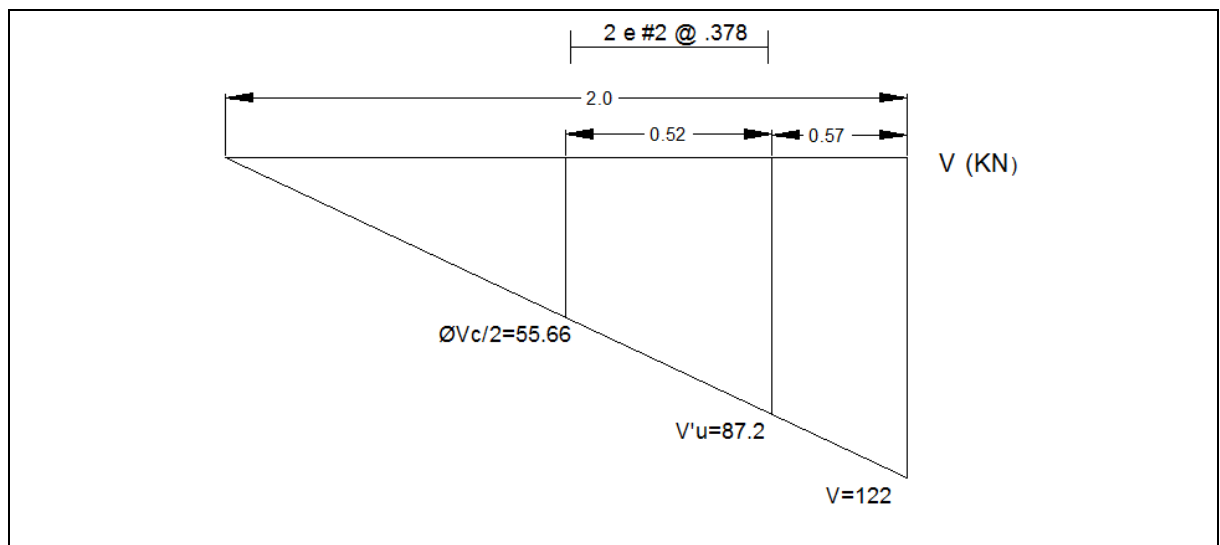


Figura 5.3-26 Distribución de estribos ej. 5 - cortante #2

Por la simetría de las cargas en el otro apoyo la determinación de la cantidad de estribos es igual.

CAPITULO 6

DETALLAMIENTO DEL REFUERZO

Como se ha mencionado en capítulos anteriores un fundamento muy importante que debe tenerse en cuenta al momento de diseñar un elemento de concreto reforzado, es el hecho que tanto el concreto como el acero deben trabajar como un solo material para que las propiedades de deformación y resistencia sean válidas en los métodos de diseño aplicados. Es decir debe existir una adherencia adecuada y eficaz entre el concreto y el acero tal que se garantice iguales deformaciones en los dos materiales al ser sometidos a los efectos de la aplicación de cargas externas.

Por tal razón el solo diseño del elemento estructural, sea a flexión y a cortante, no garantiza que el elemento no falle si no se hace un adecuado detallamiento del refuerzo donde se indique el tipo de refuerzo, la forma de anclaje y la longitud de desarrollo que cada barra de acero debe tener para un optimo diseño en el elemento estructural; además sirve también como herramienta útil para los ingenieros constructores en obra.

6.1 FUNDAMENTOS DE LA ADHERENCIA CONCRETO-ACERO

La adherencia es el proceso más importante a tener en cuenta en el comportamiento del concreto reforzado, la interacción acero-concreto debe ser perfecta y se caracteriza principalmente por tres aspectos:

- La fricción que se desarrolla entre el concreto y el acero, la cual se presenta cuando la barra de refuerzo intenta desplazarse dentro del elemento.
- La adherencia por naturaleza química en los dos materiales; aunque debido a su poco valor, en muchas ocasiones es despreciable.

- Los resaltes existentes en las barras corrugadas que sirven de apoyo muy eficaz sobre el concreto, tal vez esta una característica primordial para la adherencia.

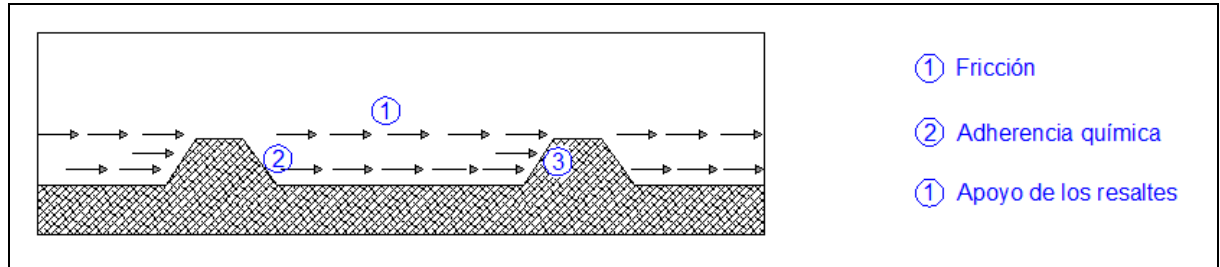


Figura 6.1-1 Características de adherencia en el concreto reforzado.

De estos aspectos, la adherencia por fricción y la de los apoyos por resaltes son los considerados como eficaces en la resistencia por adherencia, siendo la segunda mucho mayor que la primera, por lo que el uso de barras corrugadas es lo primero a tener en cuenta para el diseño. Es por esta razón que el empleo de las barras lisas no es recomendado e inclusive la NSR-10 la prohíbe en algunos casos; como por ejemplo, en el diseño a flexión de vigas. Esto puede explicarse si tenemos en cuenta la figura 6.1-2 donde se observa una viga de concreto, reforzada con barras lisas en la zona con mayor esfuerzo a la tracción.

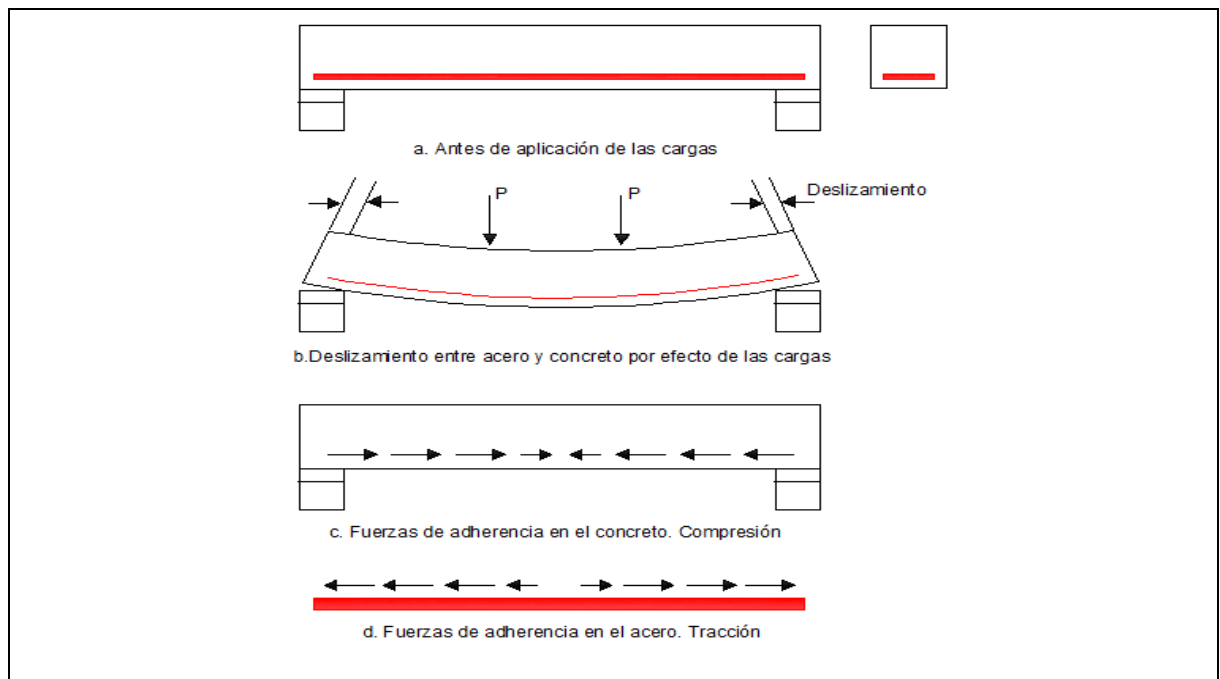


Figura 6.1-2 Esfuerzo de adherencia producto de la flexión en vigas

Despreciando la adherencia natural entre los dos materiales y suponiendo que la barra de acero fue cubierta con un aceite o grasa sobre su superficie para disminuir aún más la adherencia y si aplicamos un par de cargas de magnitud “P” que provoquen una deformación podremos observar como se comporta el acero dentro de la viga (*figura 6.1-2 b*). El acero debido a la falta de adherencia en vez de deformarse en igual proporción que el concreto, este se desplaza manteniendo su tamaño original por lo que no habrá transferencia de esfuerzos y la viga se comportaría como un elemento de concreto simple, fallando cuando los esfuerzos a tracción superen la resistencia del concreto.

Por lo tanto es primordial garantizar que las fuerzas de adhesión en el concreto (*figura 6.2-1 c*) y las fuerzas de adhesión del acero (*Figura 6.1-2 d*) sean iguales entre si para evitar el desplazamiento de este ultimo para que la viga se mantenga en equilibrio, si no fuese el caso la fuerza resultante a la tracción desaparecería produciendo el colapso parcial o total de la estructura como tal. Es por esta razón que el uso de barras de acero con su superficie corrugada mejora considerablemente esta fuerza de adherencia; impidiendo así, el desplazamiento del acero.

6.2 RESITENCIA ÚLTIMA POR ADHERENCIA

De la misma forma como una viga puede fallar por esfuerzo a la flexión y a cortante; también se pueden presentar daños y fallas por adherencia del elemento que pueden ocasionar el colapso de la estructura. Estos pueden ser de dos tipos; por ***desprendimiento directo*** o por ***fracturamiento***. Por lo tanto debe tenerse en cuentas estos dos tipos de fallas cuando se diseña una viga o cualquier otro elemento estructural.

6.2.1 Falla por desprendimiento directo

Este tipo de falla se presenta cuando el recubrimiento de concreto que circunda al acero esta bien confinado y se observa generalmente en elemento con barras de diámetro pequeñas que tienen buen recubrimiento y están separadas lo suficiente de las demás barras. Entonces cuando los esfuerzos internos aumentan y las barras empiezan a deformarse las

fuerzas de adherencia natural y de fricción se sobrepasan provocando fractura del concreto frente de la barra ocasionando el desprendimiento del acero del resto del elemento; aunque el concreto circundante permanezca adherido a la barra, por la resistencia de los resaltes de una barra corrugada, dando a observar lo importante del uso de las barras de acero corrugadas en el diseño del concreto reforzado.

6.2.2 Falla por fracturamiento

La falla por fracturamiento, se da cuando ocurre todo lo contrario a la falla por desprendimiento, exactamente el recubrimiento del concreto en el acero es insuficiente que no resiste las fuerzas de tensión lateral a lo largo de las barras cuando estas se deforman, siendo este tipo de falla mucho más común en las vigas y es producto del efecto cuña que hacen los resaltes de las barras de acero sobre el concreto circundante. Esta falla se puede producir de dos formas distintas; una en el plano vertical de la viga y otra horizontalmente paralelo al eje de las barras de refuerzo (*Figura 6.2.2-1*).

Ahora bien cuando se sobrepasa la resistencia a la adherencia o cuando el fracturamiento en la viga alcanza el límite del borde del refuerzo; es decir, la fractura se ha extendido a lo largo de toda la viga, el acero pierde anclaje produciendo deslizamiento del mismo y llevando al elemento al colapso total. Sin embargo, si comparamos los grandes variaciones en el comportamiento de una viga en la adherencia cuando se presentan grietas a flexión y a cortante, es lógico pensar que la falla por adherencia se presentará con menores esfuerzos que no afectarán el funcionamiento de la viga siempre y cuando, estas grietas no se extiendan a lo largo de toda la barra, por lo que solo serán pequeños deslizamientos y un aumento en la deformación lo que ocasiona la protección del elemento. De aquí se puede deducir que mientras la falla no se presente a lo largo de la longitud de las barras de refuerzo no se presentara colapso, por eso el uso de anclajes en los extremos de las barras o la determinación de longitud mínima en la barra de acero que garantice la protección del elemento por falla al fracturamiento es el fin del diseño de una viga de concreto reforzado, referenciando el detallado de su refuerzo. Dicha longitud es lo que se conoce como la

longitud de desarrollo y es simplemente una prolongación de las barras rectas más allá del punto del máximo esfuerzo.

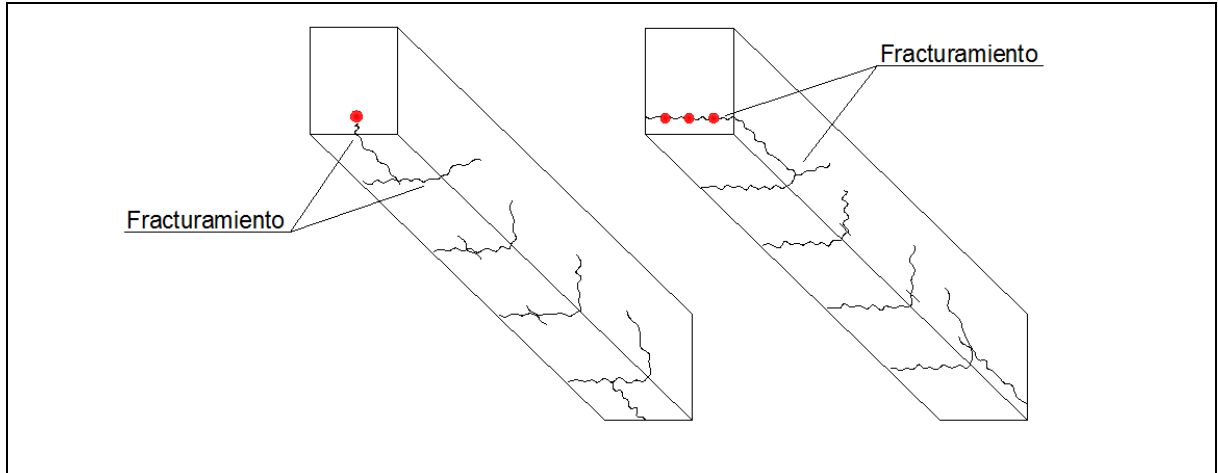


Figura 6.2.2-1 Falla por fracturamiento en una viga de concreto

6.3 LONGITUD DE DESARROLLO

Con lo indicado anteriormente la longitud de desarrollo en el refuerzo de una viga, está dado por la longitud de empotramiento mínima de una barra de acero embebida en el concreto para que al ser sometida a cargas externas esta falle por flexión y no por fracturamiento del elemento. Explicándolo de otra forma y teniendo en cuenta lo mostrado en la *figura 6.3-1*, el esfuerzo máximo en la viga se presenta justo en el punto “a” (sin considerar el peso propio de la viga) y es igual a cero en los apoyos. Ahora si se determina el esfuerzo en el acero en el punto “a” igual a f_s , la fuerza de tracción estará dada por $A_b f_s$, la cual debe transferirse de la barra de acero al concreto a lo largo de la longitud “ l ”, por medio de los esfuerzos de adherencia en la superficie. Para tal propósito la longitud l debe ser igual o mayor a la longitud de desarrollo l_d , lo que significaría la adecuada transferencia de esfuerzos y que la viga, si llegará a fallar, lo hará por flexión o por cortante, aún si se presentarán pequeños desplazamiento en el refuerzo.

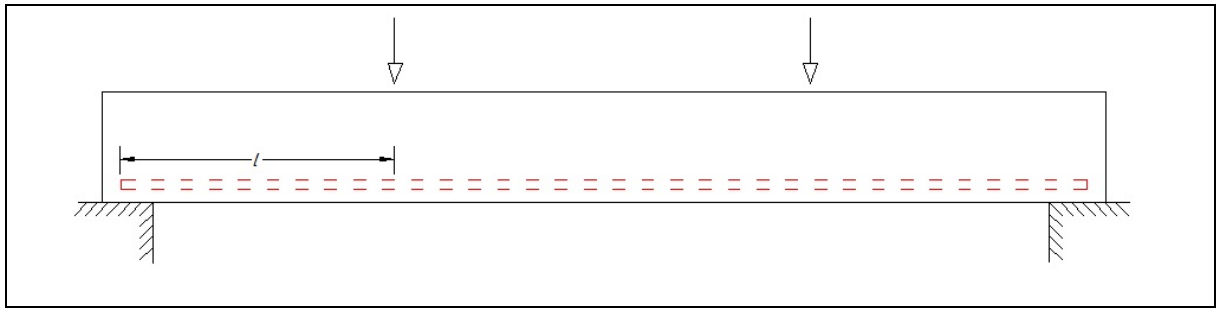


Figura 6.3-1 Longitud de desarrollo

Para la determinación de dicha longitud de desarrollo, se han realizado diversos ensayos de laboratorio que involucran los efectos de adherencia de las barras de acero en el concreto; para su cálculo, diferentes normas en el mundo han establecido los factores a tener en cuenta y especifican las ecuaciones esenciales que deben utilizarse de acuerdo a ciertos criterios. Nuestra NSR-10 no es la excepción y a continuación se muestran los casos previstos de longitud de desarrollo, así como también aquellos casos en donde la longitud real disponible para el desarrollo del esfuerzo es poco para la barra, por lo que deben utilizarse anclajes especiales para garantizar una resistencia adecuada.

6.3.1 Factores que afectan la longitud de desarrollo

A medida que avanza las investigaciones en relación al desarrollo de las barras, se han encontrado diversos factores que afectan dicha longitud empotramiento, lo que ha llevado al planteamiento de ecuaciones empíricas que ayudan en la forma de diseño por adherencia. Tales factores están dados por:

- La resistencia a la tracción del concreto
- La distancia de recubrimiento
- El espaciamiento de las barras de refuerzo y
- La presencia de acero de refuerzo transversal

El primero de ellos, considerado uno de los más importantes, debido a que como el tipo de falla más común por adherencia en una viga es la falla por fracturamiento, tal y como lo

explicamos anteriormente, *la resistencia a la tracción del concreto* juega un papel primordial al momento de realizar los ensayos en el laboratorio, posiblemente no se encuentre directamente en las ecuaciones; pero la presencia del termino $\sqrt{f'c}$, en el denominador de dichas ecuaciones, como lo veremos más adelante, muestra lo predominante que puede llegar a ser. Ahora aquí mismo, también se observa un aspecto importante como es el uso de concreto de baja densidad o concretos livianos, los cuales al tener menor resistencia a la tracción que los concreto de densidad normal con la misma resistencia a la compresión siempre tenderán a necesitar mayor longitud de desarrollo para la mismas cargas que en un elemento de concreto normal, por lo que en las ecuaciones empíricas siempre deberemos encontrar un factor que involucre la densidad del concreto.

El segundo factor, *la distancia de recubrimiento*, considerada como la distancia desde el centro de la barra de acero hasta el extremo más cercano de una cara de la viga de concreto medida en su mismo plano o en sentido perpendicular de la barra, también afecta considerablemente la adherencia por fracturamiento; ya que, si existe mayor recubrimiento sea lateral o vertical hay mucho más concreto para resistir los esfuerzos de tensión producto del efecto cuña de las barras corrugadas, por lo que se mejora la resistencia y los valores de longitud de desarrollo serán mucho menores.

De igual forma, *el espaciamiento de las barras* esta ligado directamente a la cantidad de concreto disponible para la resistencia al fracturamiento, si es mayor, mejorará la resistencia y por ende disminuirá la longitud de desarrollo, Es por eso que el uso de dos barras en vez de tres, en una sección de viga de concreto es mucho más eficaz en relación a la resistencia a la falla de fracturamiento. De ahí que la longitud de desarrollo en elementos donde el refuerzo horizontal se encuentra mucho más separado que en una viga simple, como es el caso de cimentaciones y losas, este sea de mucho menor valor.

En el caso del *refuerzo transversal*, el cual es proporcionado por el acero instalado en el diseño a cortante, mejora la resistencia al fracturamiento de las barras sometidas a tensión; esto ya que la fuerza de tensión en dicho acero, conocidos como estribos, evitan la aparición y el ensanchamiento de grietas que pueden afectar al elemento. Este factor

depende de tres aspectos que hacen que el refuerzo sea más eficaz para la resistencia; sea el esfuerzo de fluencia del acero, su área de sección transversal y la separación entre estribos a lo largo de la longitud de desarrollo.

Además de estos factores importantes que se involucran en la determinación de la longitud de desarrollo, existen diferentes factores que intervienen y que también son utilizados en las ecuaciones empíricas, como es el caso de la *ubicación vertical de las barras*, caracterizado por la cantidad de concreto ubicado debajo de las barras longitudinales que pueden ocasionar la presencia de exceso de agua y aire atrapado, *el recubrimiento epóxico* en las barras de acero, que afectan la adherencia acero-concreto utilizado para la protección del refuerzo de los agentes corrosivos presentes en el ambiente, disminuyen así, la resistencia al fracturamiento y por ende un aumento en la longitud de desarrollo.

La NSR-10 considera cada uno de estos factores y los ha utilizado en las ecuaciones empíricas que sirven en la determinación de la longitud de desarrollo.

6.4 DISPOSICIONES DE LA NSR-10 REFERENTES A LA LONGITUD DE DESARROLLO

En la práctica del diseño de adherencia, los principales factores se fundamentan en lo explicado en el anterior numeral, siendo las referencias básicas para las ecuaciones empíricas utilizadas para tal labor. El fin de dichas ecuaciones es que las fuerzas de tracción que involucran dicho esfuerzo sea transferido del acero al concreto en un desarrollo que evite la falla repentina del elemento sea por una longitud de empotramiento, gancho, anclaje con cabeza o dispositivo mecánico y/o combinación de estos. La norma establece cada uno de los términos que involucran a cada específico.

La NSR-10 establece la ecuación para la determinación de la longitud de desarrollo “*ld*” en relación con el tipo de esfuerzo a tracción o a compresión, y los factores que lo involucran. Esto se encuentra comprendido en la capítulo C.12 del reglamento, dando especificaciones claras; como por ejemplo, que el máximo valor para la $\sqrt{f'c}$ debe ser de 8.3 MPa [C.12.1.2].

6.4.1 Longitud de desarrollo en barras corrugadas a tracción

La norma en su sección C.12.2.3 establece la ecuación general para determinar la longitud de desarrollo en barras corrugadas sometidas a la tracción, caso común del refuerzo longitudinal de una viga, la cual esta dada por:

$$l_d = \left[\frac{f_y}{1.1\lambda\sqrt{f'_c}} \frac{\Psi_t \Psi_e \Psi_s}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b}\right)} \right] d_b$$

En la cual encontramos diferentes términos, caracterizado por varios factores determinantes para el cálculo. Siendo f_y , f'_c y d_b , la fluencia del acero, la resistencia a la compresión del concreto y el diámetro de la barra de refuerzo respectivamente, factores ya conocidos en el diseño. Ahora bien, los demás factores se caracterizan por lo siguiente:

- c_b : es un factor que representa el valor entre el recubrimiento lateral como el recubrimiento de la barra ambas medidas desde el centro de la misma y la mitad de la separación de las barras de un mismo plano, el menor de los tres.
- K_{tr} : es una factor que representa la contribución que hace el refuerzo transversal existente a lo largo del elemento potenciales a la falla por fracturamiento, donde aumenta el confinamiento del mismo y garantiza mayor resistencia, esta dado por:

$$K_{tr} = \frac{40A_{tr}}{sn}$$

En donde “n” es el numero de barras longitudinales a desarrollar y “s” la separación de refuerzo transversal existente. Con respecto a estos dos primeros factores la norma establece que el término $(c_b + K_{tr}/d_b)$ no debe ser mayor a 2.5.

- Ψ_t : es el factor que involucra la posición del acero de refuerzo dentro de la sección del elemento, considera las barras ubicadas en la parte superior y la altura de concreto fresco que se encuentra justo debajo de ellas. Esta dado por lo descrito en la norma en C.12.2.4

(a); Cuando por el refuerzo horizontal se colocan más de 300 mm de concreto fresco debajo de la longitud de desarrollo, $\Psi_t = 1.3$. Otras situaciones $\Psi_t = 1.0$.

- Ψ_e : es un factor que considera los efectos del posible revestimiento epóxico en las barras y esta dado por lo indicado en C.12.2.4 (b); *Barras con $3d_b$ de recubrimiento epóxico, o separación libre menor de $6d_b$, $\Psi_e = 1.5$. Para otros casos de recubrimiento epóxico $\Psi_e = 1.2$. Cuando es sin recubrimiento epóxico o recubierto con cinc $\Psi_e = 1.0$.*
- Ψ_s : este factor esta ligado al tamaño del refuerzo favoreciendo a las barras de menor tamaño donde se ha demostrado que estas disminuyen los esfuerzos por fracturamiento. En C.12.2.4 (c); *para barras No 6 y menores $\Psi_s = 0.8$, y para barras No 7 y mayores $\Psi_s = 1.0$.*
- λ : es el factor que especifica el tipo de concreto utilizado en el elemento. En C.12.2.4 (d) la norma establece; *donde se use concreto liviano $\lambda = 0.75$, si por el contrario es concreto normal $\lambda = 1.0$.*

La NSR-10 también nos muestra la opción de determinar la longitud desarrollo con ecuaciones reducidas que se derivan de la general, pero que considera el espaciamiento y recubrimiento de las barras a desarrollar, sin embargo la ld no debe ser menor que 300 mm [C.12.2.1].

Para el caso en el que el espaciamiento libre entre barras que están siendo desarrolladas no menor que el db , el recubrimiento libre no menor que el db y estribos a lo largo de ld no menor que el mínimo establecido por la norma en el diseño a cortante o el espaciamiento libre entre barras que están siendo desarrolladas no menor que $2db$, el recubrimiento libre no menor que el db . la longitud de desarrollo estará dada por:

- Para barras No 6 o 20M o menores:

$$l_d = \left[\frac{f_y \Psi_t \Psi_e}{2.1 \lambda \sqrt{f'_c}} \right] d_b$$

- Para barras No 7 o 22M o mayores:

$$l_d = \left[\frac{f_y \Psi_t \Psi_e}{1.7 \lambda \sqrt{f'_c}} \right] d_b$$

Ahora para otros caso de espaciamiento y recubrimiento tenemos:

- Para barras No 6 o 20M o menores:

$$l_d = \left[\frac{f_y \Psi_t \Psi_e}{1.4 \lambda \sqrt{f'_c}} \right] d_b$$

- Para barras No 7 o 22M o mayores:

$$l_d = \left[\frac{f_y \Psi_t \Psi_e}{1.1 \lambda \sqrt{f'_c}} \right] d_b$$

Además la norma establece que el producto del término $\Psi_t \Psi_e$, no debe ser mayor a 1.7. Con estas ecuaciones se puede determinar la longitud adecuada de empotramiento del refuerzo en el concreto para asegurar que la falla, si se llegase a presentar, sea por efectos de la flexión o el cortante. Sin embargo, en muchas ocasiones se puede presentar el caso en que la longitud de desarrollo sea mayor que el espacio real existente en la viga para instalarla, por lo que la longitud de la viga no es suficiente para desarrollar el esfuerzo, es hay donde se requiere de anclajes especiales que alivianen esta situación. La NSR-10 también establece las especificaciones de dichos anclajes y la forma de determinar su longitud.

6.4.2 Longitud de desarrollo en barras corrugadas a la tracción con extremo en gancho estándar

En primer lugar el término gancho esta relacionado con el doblez de las barras de acero que se realizan en sus extremos y que sirven como anclaje en el concreto, la norma considera dos tipos básicos de gancho estándar uno de 90° y otro de 180° . Para el diseño estructural un gancho se utiliza cuando no se tiene el espacio necesario para colocar la longitud de desarrollo de una barra de acero dentro de una viga, que comúnmente se encuentra con una columna u otro elemento de apoyo. Aunque, también se emplea cuando se desea proporcionar la longitud de desarrollo en un menor espacio. Para el caso de gancho de 180° la NSR-10 lo considera estándar más una extensión de $4db$ en el extremo libre de la barra; pero no debe ser menor que 65 mm. [C.7.1.1]

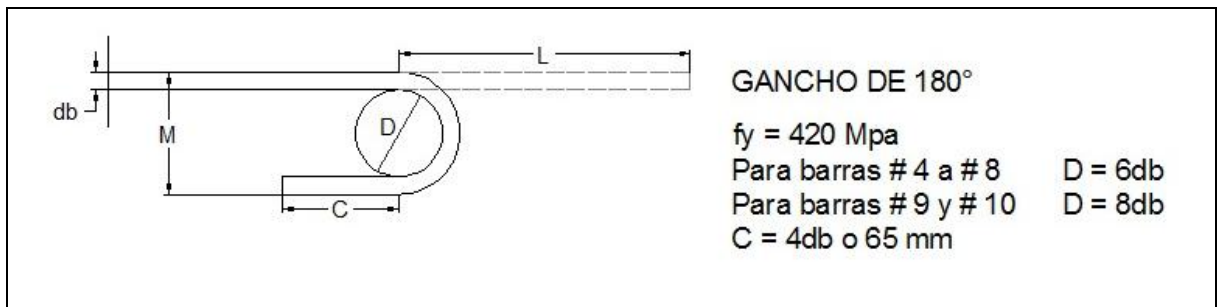


Figura 6.4.2-1 Gancho estándar 180°

Y en relación al gancho estándar de 90° debe tener una extensión de $12db$ en el extremo libre de la barra. [C.7.1.2]

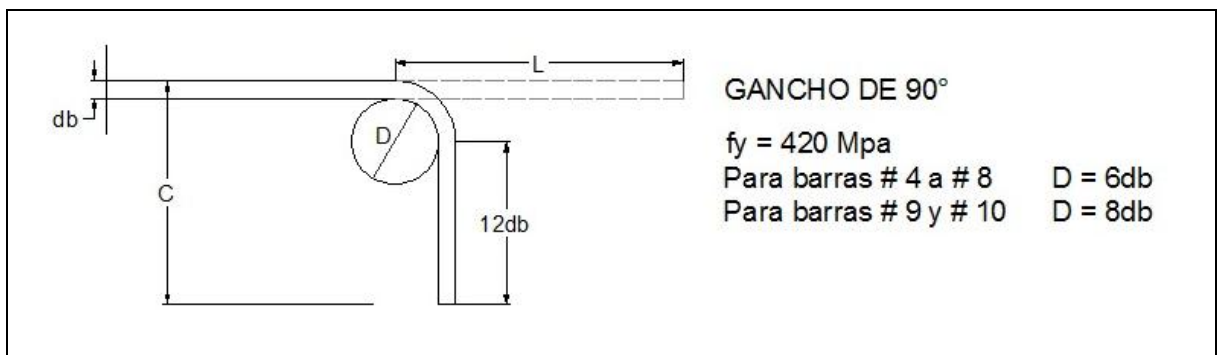


Figura 6.4.2-2 Gancho estándar 90°

Entonces para la determinación de la longitud de desarrollo para barras corrugadas a la tracción con gancho estándar la norma en su sección C.12.5.2 establece la ecuación empírica:

$$l_{dh} = \left(\frac{0.24 \Psi_e f_y}{\lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$$

Sin embargo este valor no debe ser menor que 8db y/o 150 mm, el que fuese mayor.
[C.12.5.1]

6.4.3 Longitud de desarrollo en barras corrugadas a la compresión

La norma en su sección C.12.3.2 establece la ecuación general para determinar la longitud de desarrollo en barras corrugadas sometidas a la compresión, caso común del refuerzo longitudinal de una columna o una viga con doble refuerzo, para lo cual debe tomarse el mayor valor entre

$$l_{dc} = \left[\frac{0.24 f_y}{\lambda \sqrt{f'_c}} \right] db$$

ó

$$l_{dc} = [0.043 f_y] db$$

Sin embargo, dicha longitud no debe ser menor que 200 mm, y puede ser reducida por medio de los factores indicado en la sección C.12.3.3 de la NSR-10:

- *El refuerzo excede lo requerido por el análisis (As requerido)/(As proporcionado)*
- *El refuerzo está confinado por una espiral cuya barra tiene un diámetro no menor de 6 mm y no más que 100 mm de paso o dentro de estribos No. 13 de acuerdo con C.7.10.5, y espaciadas a distancias no mayores que 100 mm medidos entre centros.*

0.75

En la norma se pueden encontrar las diversas disposiciones para el cálculo de la longitud de desarrollo de diferentes casos; como lo son: Los paquetes de barras [C.12.4], barras corrugadas con anclajes mecánicos a la tracción [C.12.6], refuerzo electrosoldado

corrugado a la tracción [C.12.7], refuerzo electrosoldado liso [C.12.8], torones de preesfuerzo [C.12.9] y algunas disposiciones sobre el desarrollo de las barras en elementos sometidos a flexión.

6.5 EMPALMES DEL REFUERZO – TRASLAPO

Durante la realización de un diseño estructural la ubicación del refuerzo suministrado a los elementos diseñados en cualquier proyecto debe incluir la longitud total del refuerzo y por ende deben indicarse las longitudes de traslapo entre las barras de refuerzo. Dicha longitud de traslapo es la distancia requerida para que el acero de refuerzo de una barra transfiera adecuadamente los esfuerzos que se producen en el elemento a la siguiente barra continua. Haciendo que el ingeniero diseñador determine dichos empalmes para posteriormente ser indicados en los planos estructurales. [C.12.14.1]

6.5.1 Longitud de traslapo

En la NSR-10 se establecen los requerimientos mínimos para determinar la longitud de traslapo, que tienen en cuenta varios factores relacionados con la longitud de desarrollo; tales como:

- el tamaño de las barras
- la resistencia de fluencia de las barras
- la resistencia a la compresión del concreto
- la ubicación de las barras
- el uso de concreto de peso normal o de peso liviano
- la separación y recubrimiento de las barras empalmadas
- la presencia de refuerzo transversal
- el uso de revestimiento epoxi
- el número de barras empalmadas en una sección.

Por lo que la determinación del traslapo esta ligado a su longitud de desarrollo. Tales disposiciones se consiguen en la sección C.12.14 de la norma, relacionados al traslapo entre barra en paquete, empalmes soldados y mecánicos y el de mallas electrosoldadas.

Sin embargo, para el caso general de traslapo entre barras corrugadas sometidas a la tracción, la norma establece una longitud mínima de empalme diferenciada por dos tipos; Clase A y Clase B, pero teniendo en cuenta que la longitud mínima debe ser de 300 mm [C.12.15.1]

Empalme por traslapo Clase A-----1.0ld

Empalme por traslapo Clase B----- 1.3ld

A excepción de las barras No 11 y mayores, con las que la norma no permite utilizar traslapo para este tamaño de barra [C.12.14.2.1], los empalmes por traslapo en barras sometidas a la tracción deben ser de Clase B, aceptando de Clase A cuando se cumplen las disposiciones indicadas en C.12.15.2:

(a) el área de refuerzo proporcionada es al menos el doble que la requerido por análisis a todo lo largo del empalme por traslapo y

(b) la mitad, o menos, del refuerzo total está empalmado dentro de la longitud de empalme por traslapo requerido.

6.6 EJEMPLO DE APLICACIÓN

1. Determinar la longitud de desarrollo requerida para cada uno de los siguientes casos:

a) Barras # 8 colocadas en una viga de sección 30x40 como refuerzo superior y con estribos #3. Espaciamiento entre barras igual a 2db; un recubrimiento libre de 38 mm en cada extremo y las barras no están empalmadas.

- b) Igual al caso anterior pero el espaciamiento libre entre barras es el mínimo de 25 mm; además de considerar recubrimiento epoxi en las barras,
- c) Igual al primer caso, pero esta vez la separación entre barras es de 3db y esto se encuentran ubicados en la parte inferior de la sección de la viga.
- d) Ahora tener en cuenta que el refuerzo esta trabajando a la compresión y que el refuerzo colocado es un 10% mayor que el requerido en el diseño.

Para ello considerar concreto de peso normal con $f'_c = 28$ MPa y un $f_y = 420$ MPa

Solución:

- a) Para la determinación de las longitudes de desarrollo tenemos en cuenta la expresión dada por la norma:

$$l_d = \left[\frac{f_y}{1.1\lambda\sqrt{f'_c}} \frac{\Psi_t\Psi_e\Psi_s}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b}\right)} \right] d_b$$

Los factores de modificación estarán dados según las características de cada caso; para este: $\Psi_t = 1.30$ por la ubicación de las barras en la sección de la viga; $\Psi_e = 1.0$ por la falta de recubrimiento superficial en el refuerzo; $\Psi_s = 1.0$ por ser barras #8. Concreto peso normal $\lambda = 1.0$ y el $db = 25.4$ mm.

Para el caso de c_b , esta controlada por el menor de la distancia desde el centro de la barra y la parte mas cercana del concreto, para este caso de $(38 \text{ mm} + db/2 = 50.7 \text{ mm})$ o la mitad de la separación entre barras medida centro a centro $(2db/2 + db/2 = 38.1 \text{ mm})$. Lo que indica que $c_b = 38.1$

Asumiendo $K_{tr} = 0$, para un diseño simplificado, el termino $\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b}\right) = \left(\frac{38.1 + 0}{24.5}\right) = 1.55$.

Al final tenemos:

$$l_d = \left[\frac{420}{1.1 * 1\sqrt{28}} * \frac{1.3 * 1.0 * 1.0}{1.55} \right] * 25.4 = \boxed{1537 \text{ mm}}$$

b) Para el segundo caso los factores de modificación serían:

$\Psi_t=1.30$ por la ubicación de las barras en la sección de la viga;

$\Psi_e=1.5$ por el recubrimiento epoxi superficial en el refuerzo;

$\Psi_s=1.0$ por ser barras #8.

$\lambda=1.0$

Ahora por lo que no indica la norma $\Psi_t * \Psi_e = 1.30 * 1.50 = 1.95 > 1.70$; se utiliza 1.70.

Entonces:

$$l_d = \left[\frac{420}{1.1 * 1\sqrt{28}} * \frac{1.7 * 1.0}{1.55} \right] * 25.4 = \boxed{2010 \text{ mm}}$$

c) Para el tercer caso:

$\Psi_t=1.0$ por la ubicación de las barras en la sección de la viga;

$\Psi_e=1.0$ por la falta de recubrimiento superficial en el refuerzo;

$\Psi_s=1.0$ por ser barras #8.

$\lambda=1.0$

Ahora por lo que no indica la norma $\Psi_t * \Psi_e = 1.0 * 1.0 = 1.0 < 1.70$; se utiliza 1.0.

Entonces:

$$l_d = \left[\frac{420}{1.1 * 1\sqrt{28}} * \frac{1.0 * 1.0 * 1.0}{1.55} \right] * 25.4 = \boxed{1182 \text{ mm}}$$

d) Finalmente con concreto liviano $\lambda= 0.75$ y con refuerzo sometido a la compresión tenemos:

$$l_{dc} = \left[\frac{0.24fy}{\lambda\sqrt{f'c}} \right] db = \frac{0.24 * 420}{0.75 * \sqrt{28}} * 25.4 = \boxed{645 \text{ mm}}$$

$$l_{dc} = [0.043f_y]db = 0.043 * 420 * 25.4 = \boxed{459 \text{ mm}}$$

En este caso rige el mayor por lo que la $l_{dc} = 645 \text{ mm}$

2. Una de las vigas perimetrales de una estructura fue diseñada con 7 barras superiores No. 9 sobre el apoyo tal y como lo muestra la *figura 6.6.2-1*. Las barras deben traslaparse con empalmes en la mitad de la luz, según las recomendaciones de diseño. Determinar la longitud requerida para el empalme Clase A para los dos casos siguientes:

- Caso 1 – Longitud de anclaje determinada de acuerdo con C.12.2.2
- Caso 2 – Longitud de anclaje determinada de acuerdo con C.12.2.3

Datos del diseño:

Concreto de peso liviano

Recubrimiento libre para estribos = 60mm

$f'_c = 28 \text{ MPa}$

Revestimiento Epoxi en las barras

$f_y = 420 \text{ MPa}$

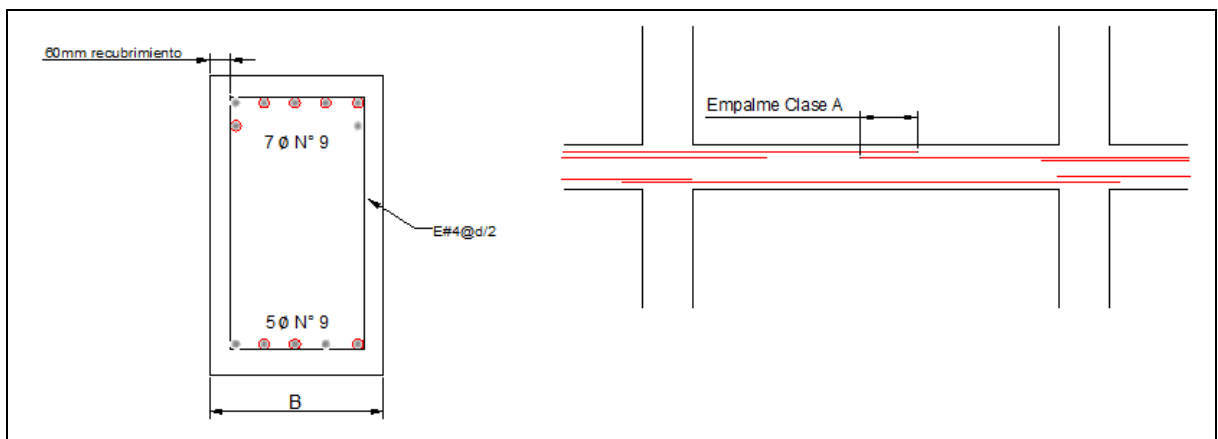


Figura 6.6.2-1 Distribución refuerzo ejemplo 2

Solución:

En primer lugar y considerando el número de barras que deben extenderse a lo largo de la viga, nos referimos a lo estipulado en la NSR-10 en la sección C.7.13.2.2:

C.7.13.2.2 - Las vigas del perímetro de la estructura deben tener un refuerzo continuo en toda su longitud y en los apoyos debe pasar a través de la región circunscrita por el refuerzo longitudinal de la columna, cumpliendo con (a) y (b):

- a) al menos un sexto del refuerzo de tracción requerido para momento negativo en el apoyo, pero no menos de dos barras; y
- b) al menos un cuarto del refuerzo de tracción para momento positivo requerido en la mitad del vano, pero no menos dos barras.

Para el caso de este ejercicio como son barras para momento negativo (refuerzo superior) se debe satisfacer el requisito “(a)” para lo cual sería $1/6 * 7 \text{ barras} = 7/6$. Se traslaparan 2 barras preferiblemente las de las esquinas.

Por ser empalme Clase A, este será igual a $1.0ld$. [C.12.15.1]

- Caso 1 [C.12.2.2]

Como las barras son No 9 (Diámetro = 28.7 mm), deben utilizarse las ecuaciones de la derecha en la tabla de C.12.2.2. Para determinar cual de las ecuaciones es predominante debemos calcular la separación libre y recubrimiento libre para las barras que serán empalmadas. Separación libre entre barras a ser empalmadas, según figura 6.6.2-2

$$s = [700 - (2 * recub) - (2E\#4) - (2\phi\#9)]$$

$$s = [700 - (2 * 60) - (2 * 12.7) - (2 * 28.7)]$$

$$s = 497.2\text{mm} = 17.3db$$

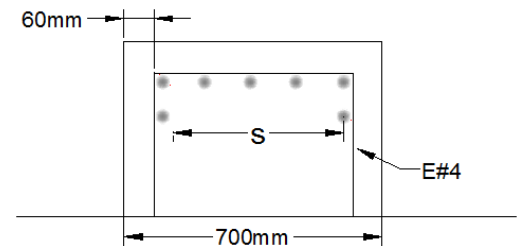


Figura 6.6.2-2 Detalle recubrimiento

$$\text{Recubrimiento libre} = 60 + E\#4 = 72.7 \text{ mm} = 2.5db$$

Como se observa la separación libre es mayor que $2d_b$ y el recubrimiento es mayor que el d_b , por lo que se utilizará la segunda ecuación “Otros casos”

Espaciamiento y recubrimiento	Barras No. 6 (3/4") ó 20M (20 mm) o menores y alambres corrugados	Barras No. 7 (7/8") ó 22M (22 mm) y mayores
<p>Espaciamiento libre entre barras o alambres que están siendo empalmados o desarrollados no menor que d_b, recubrimiento libre no menor que d_b, y estribos a lo largo de ℓ_d no menos que el mínimo del Título C del Reglamento NSR-10 o</p> <p>espaciamiento libre entre barras o alambres que están siendo desarrollados o empalmados no menor a $2d_b$ y recubrimiento libre no menor a d_b</p>	$\left(\frac{f_y \Psi_t \Psi_e}{2.1\lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$	$\left(\frac{f_y \Psi_t \Psi_e}{1.7\lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$
Otros casos	$\left(\frac{f_y \Psi_t \Psi_e}{1.4\lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$	$\left(\frac{f_y \Psi_t \Psi_e}{1.1\lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$

Los factores de modificación serán:

$\Psi_t=1.30$ por la ubicación superior de las barras en la sección de la viga;

$\Psi_e=1.5$ por el recubrimiento epoxi superficial en el refuerzo;

$\Psi_t \cdot \Psi_e = 1.30 \cdot 1.50 = 1.95 > 1.70$; se utiliza 1.70;

$\lambda=0.75$ Por ser concreto liviano

$$l_d = \left[\frac{420 \cdot 1.7}{1.1 \cdot 0.75 \cdot \sqrt{28}} \right] \cdot 28.7 = \boxed{4694 \text{ mm}}$$

Traslapo Clase A = $1.0l_d = 4694 \text{ mm}$

- Caso 2 [C.12.2.3]

Para este caso se debe calcular c_b , el cual esta controlado por el menor de la distancia desde el centro de la barra y la parte mas cercana del concreto, para este caso de $(60 \text{ mm} + d_b/2 = 74.35 \text{ mm})$ o la mitad de la separación entre barras a ser

empalmadas medida centro a centro ($497.2 + db = 525.9 \text{ mm}$). Lo que indica que $c_b = 74.35$

Como c_b/db es mayor que 2.50 no es necesario calcular $K_{tr} = 0$,

$\Psi_s = 1.0$ - Por ser barras #8

Al final tenemos:

$$l_d = \left[\frac{420}{1.1 * 0.75 * \sqrt{28}} * \frac{1.7 * 1.0}{(74.35/28.7)} \right] * 28.7 = \boxed{1812 \text{ mm}}$$

Traslapo Clase A = $1.0l_d = 1812 \text{ mm}$

Los cálculos adicionales para la ecuación general de l_d según C.12.2.3, pueden llevar a una reducción considerable de las longitudes de empalme con respecto a los valores calculados mediante el procedimiento simplificado de C.12.2.2 en la NSR-10. Por lo que entre mayor sea el diámetro de la barra a empalmar mayores serán las diferencias al utilizar las ecuaciones simplificadas.

6.7 EJEMPLOS DE APLICACIÓN GENERAL

1. Diseño de una losa aligerada en una dirección para uso residencial de dos niveles.
Determinar el refuerzo necesario a flexión y cortante para cada elemento de la losa aligerada que se muestra a continuación. (Unidades en metros).

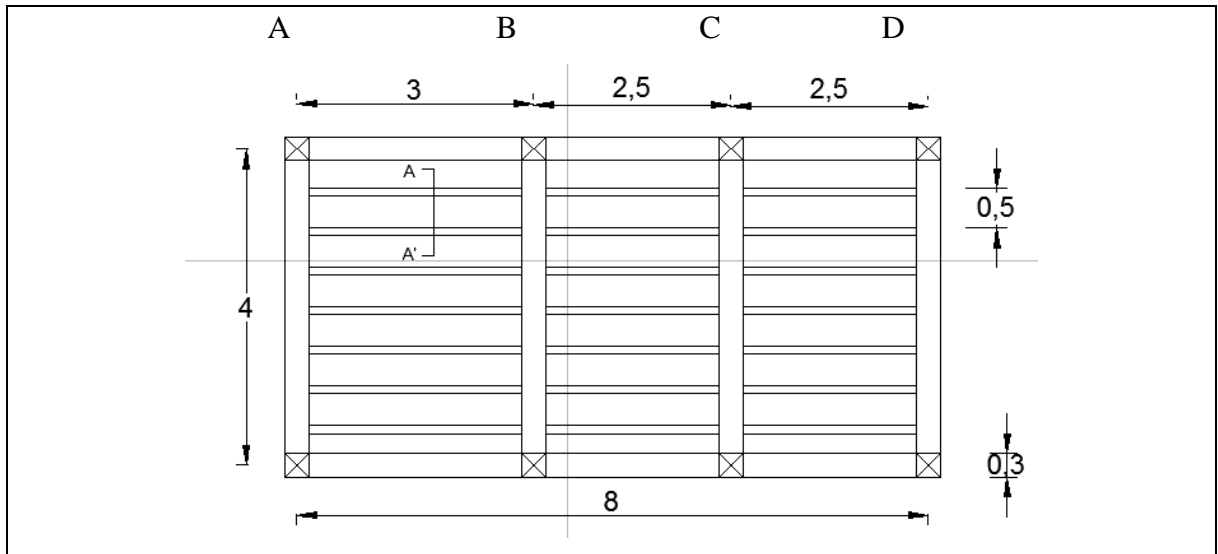


Figura 6.7.1-1 Losa aligerada en una dirección

Espesor de la losa aligerada según C.9.5, para luz más crítica:

$$L/16 = 4/16 = \mathbf{0.25\ m}$$

Dimensiones de losa:

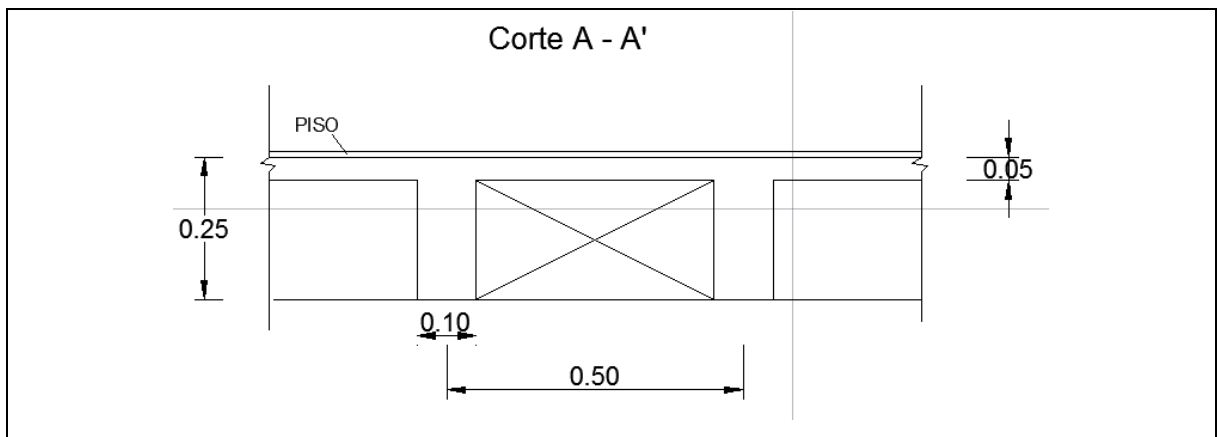


Figura 6.7.1-2 Corte de losa aligerada

Análisis de carga:

Para entrepisos < 3m:

Muro = 3.0 KN/m²

Piso = 1.6 KN/m²

Peso propio:

Loseta (0.05x24) = 1.2 KN/m²

Nervio (0.1x0.2x24/0.5) = 0.96 KN/m²

Aligerante (0.2x0.25) = 0.05 KN/m²

Carga muerta = 6.81 KN/m²

Carga Viva (B.4.2.1)

Residencial = 1.8 KN/m²

Carga de diseño mayorada:

$$W_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 6.81 + 1.6 \times 1.8$$

$$W_u = 11.052 \text{ KN/m}^2$$

Teniendo en cuenta la separación o espaciamiento entre vigueta $e = 50 \text{ cm}$; la carga distribuida en las viguetas es:

$$q_u = W_u \times 0.5 \text{ m} = 5.526 \text{ KN/m}$$

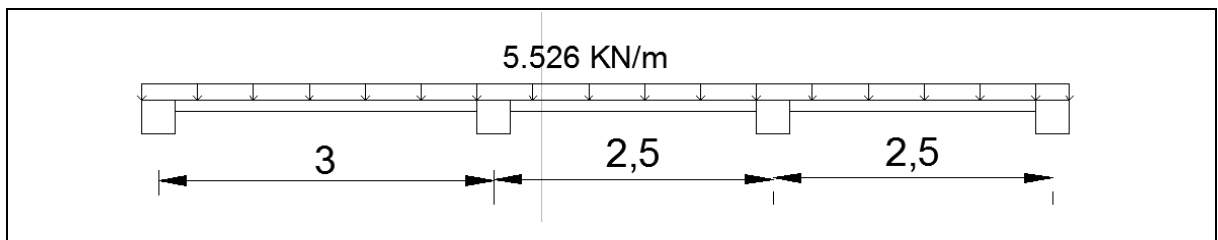


Figura 6.7.1-3 Análisis de viguetas ejemplo 1

Realizando un análisis estructural tenemos:

$$R_a = 6.74 \text{ KN}$$

$$R_b = 17.33 \text{ KN}$$

$$R_c = 14.49 \text{ KN}$$

$$R_d = 5.64 \text{ KN}$$

Para cada momento crítico se realizara el respectivo diseño del elemento.

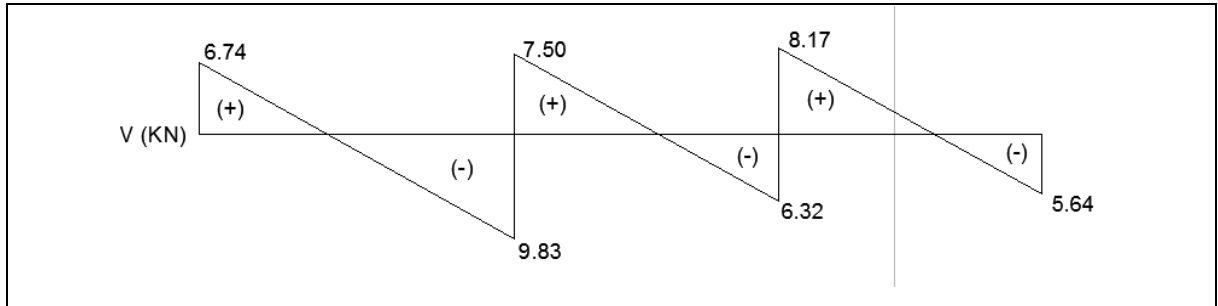


Figura 6.7.1-4 Diagrama de cortante ejemplo 1

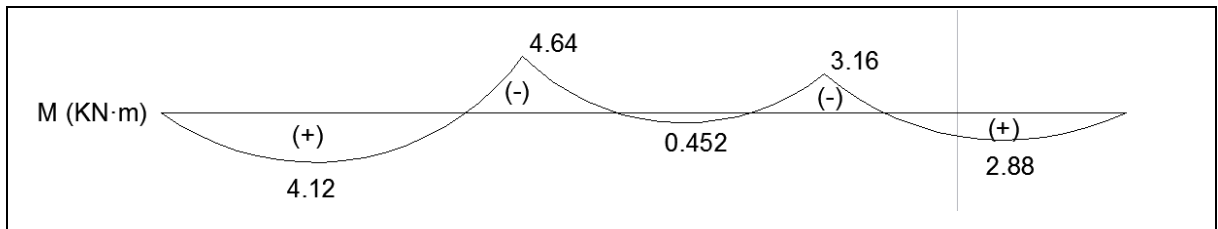


Figura 6.7.1-5 Diagrama de momento ejemplo 1

$$(+)\mathbf{M}'_u = \mathbf{M}_n \rightarrow \mathbf{\varnothing M}^+_n = 4.12 \text{ KN}\cdot\mathbf{m}$$

$$R_n = \frac{\varnothing M_n}{bd^2} = \frac{(4.12 \times 10^6)/0.9}{100 * 170^2} = 1.584 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene: $\omega = 0.07913$

Se determina el área de acero necesaria:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} = \frac{0.07913 * 100 * 170 * 21}{420} = 67.26 \text{ mm}^2$$

Lo que se suministra con **1 barra # 3 (71 mm²)**

$$(-)M_u = M_n \rightarrow \phi M_n = 4.64 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$R_n = \frac{\phi M_n}{bd^2} = \frac{(4.63 \times 10^6)/0.9}{100 * 170^2} = 1.78393 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene: $\omega = 0.08970$

Se determina el área de acero necesaria:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} = \frac{0.08970 * 100 * 170 * 21}{420} = 76.24 \text{ mm}^2$$

Lo que se suministra con **1 barra # 4 (129 mm²)**

$$\text{Diseño a cortante: } \phi V_n > V_u \rightarrow V_u = V_c + V_s$$

$$V_c = 0.17\lambda \sqrt{f'_c} bd$$

$$V_c = 0.17 \times 1.0 \sqrt{21} \times 100 \times 170 \text{ mm} = 13243 \text{ N}$$

$$V_c = 13.24 \text{ KN} \rightarrow \phi V_c = 0.75 V_c = 9.93 \text{ KN}$$

El mayor valor del “ V_u ” en la viga se encuentra al lado izquierdo del apoyo B, dado por:

$$V'_u = V - w_u * (d + a/2) = 9.83 - 5.526 * (0.17 + 0.15) = 8.06 \text{ KN} *$$

* Ningún cortante supera la resistencia del concreto, por lo que se utiliza el valor mínimo de refuerzo a cortante.

$$A_{v_{\min}} = 0.062 \sqrt{f'_c} \frac{b_w \cdot s}{f_{yt}} \geq 0.35 b_w \cdot s / f_{yt}$$

Para $f'c = 21$ MPa, rige la ecuación $Av_{min} = 0.35bw \cdot s/fyt$,

El valor de “S” estará dado por la distancia en la viga que va desde “V’u” hasta “ $\emptyset Vc/2$ ”, el cual para este ejercicio:

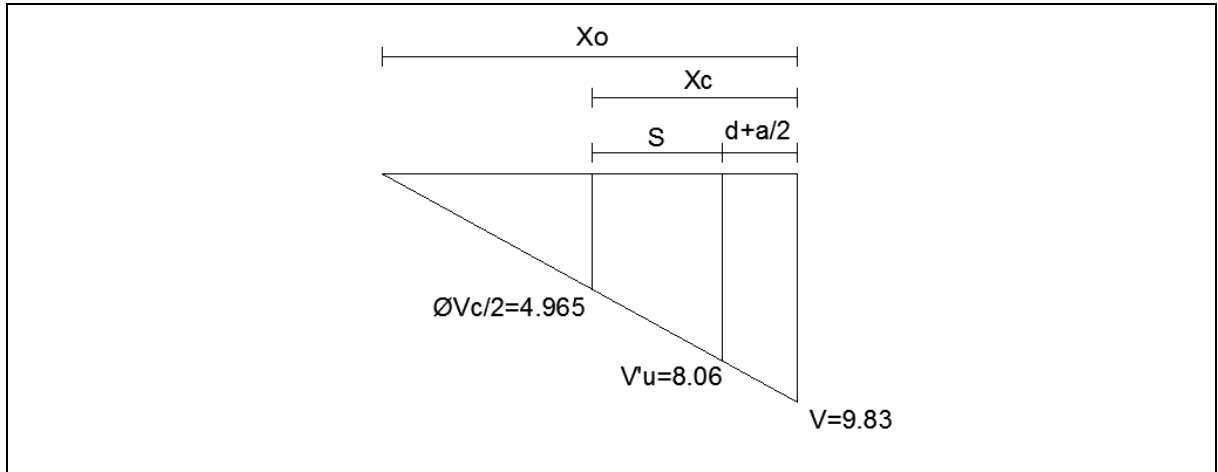


Figura 6.7.1-6 Distancia máxima de ubicación de refuerzo

$$Xc = \frac{V - \emptyset Vc/2}{wu} = \frac{9.83 - 4.965}{5.526} = 0.88m = 880mm$$

$$S = Xc - \left(d + \frac{a}{2}\right) = 880 - 320 = 560mm$$

para $Av = 32 \text{ mm}^2$ (estribo con barras # 2), se determina el espaciamiento “s”

$$s = \frac{Av \cdot fyt}{0.35 \cdot bw} = \frac{32 \cdot 280}{0.35 \cdot 100} = 256 \text{ mm}$$

Para estribos con barras # 2 →

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S}{s} + 1 = \frac{560}{256} + 1 = 3.18 \approx 4 \text{ e}$$

Al final se requieren **4 e # 2 @187**

DISEÑO DE VIGAS

Viga A

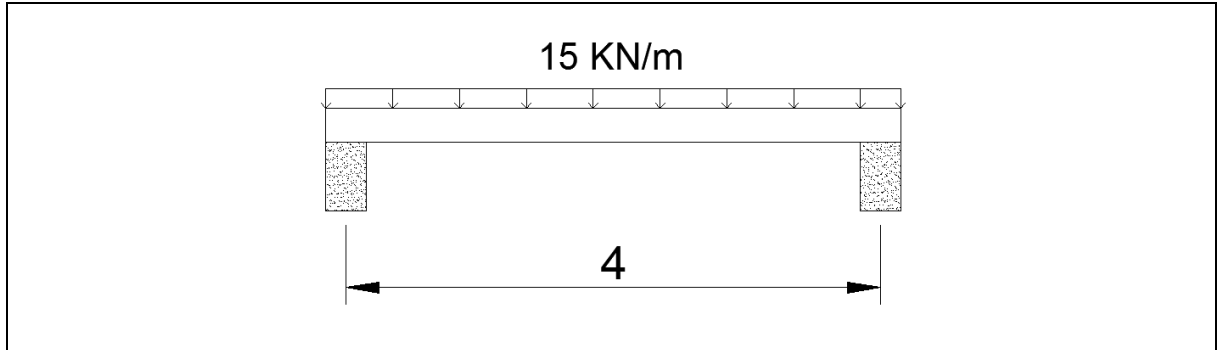


Figura 6.7.1-7 Modelo viga A

$$W_u = R_a/S_o + \text{Peso Propio} = 6.74 / 0.50 + (0.25 \times 0.25 \times 24)$$

$$W_u = 15 \text{ kN/m}$$

Análisis Estructural:

$$R_1 = R_2 = W_u L / 2 = 15 \times 4 / 2 = 30 \text{ kN}$$

$$M_{u+} = W_u L^2 / 8 = 15 \times 4^2 / 8 = 30 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Diseño a flexión

$$(+) M'_u = M_n \rightarrow \phi M'_n = 30 \text{ kN} \cdot \text{m} \rightarrow d = h - 40 \text{ mm} = 210 \text{ mm}$$

$$R_n = \frac{\phi M_n}{b d^2} = \frac{(30 \times 10^6) / 0.9}{250 \times 210^2} = 3.0234 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene: $\omega = 0.15887$

Se determina el área de acero necesaria para un $f'_c = 21 \text{ MPa}$ y $f_y = 420 \text{ MPa}$:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} = \frac{0.15887 * 250 * 210 * 21}{420} = \mathbf{417.03 \text{ mm}^2}$$

Lo que se suministra con **4 barra # 4 (516 mm²)**

Para esta área de acero se calcula la deformación:

$$a = \frac{516 * 420}{0.85 * 21 * 250} = 48.56 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{66.82}{0.85} = 57.13 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(210 - 57.13)}{57.13} = \mathbf{0.00802}$$

Lo que sigue estando controlado por la tracción. → **Ok**

Diseño a cortante

$$\phi V_n > V_u \rightarrow V_u = V_c + V_s$$

$$V_c = 0.17\lambda \sqrt{f'_c} b d$$

$$V_c = 0.17 \times 1.0 \sqrt{21} \times 250 \times 210 \times 10^{-3} = 40.9 \text{ KN}$$

$$\phi V_c = \mathbf{0.75 \times 38.95 \text{ KN} = 30.68 \text{ KN}}$$

Gráfico de cortante

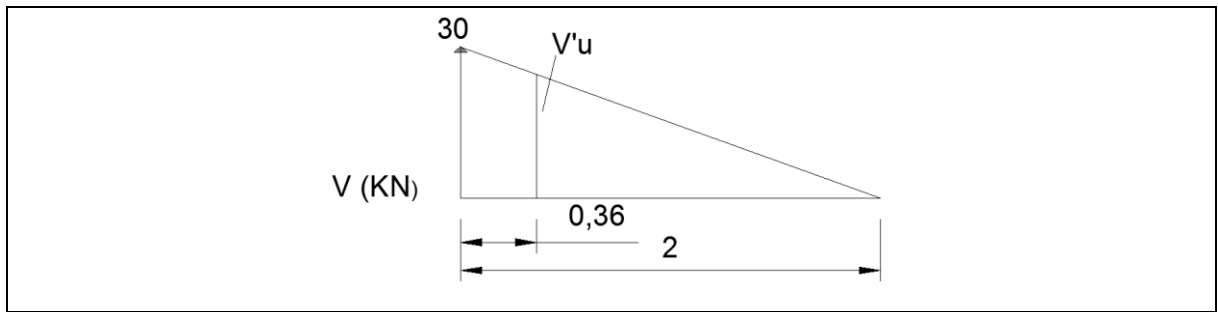


Figura 6.7.1-8 Cortante Viga A

$$\rightarrow \frac{30}{2} = \frac{V'u}{2 - (d + a/2)} \rightarrow d + a/2 = 0.21 + 0.15 = 0.36\text{m}$$

$$V'u = 24.6 \text{ KN}$$

$$V'u < \phi V_c *$$

* No requiere acero para la resistencia al cortante, por lo que se utiliza el valor mínimo de refuerzo a cortante.

$$A_{v_{\min}} = 0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w \cdot s}{f_{yt}} \geq 0.35b_w \cdot s/f_{yt}$$

Para $f'_c = 21 \text{ MPa}$, rige la ecuación $A_{v_{\min}} = 0.35b_w \cdot s/f_{yt}$,

El valor de “S” estará dado por la distancia en la viga que va desde “V'u” hasta “ $\phi V_c/2$ ”, el cual para este ejercicio:

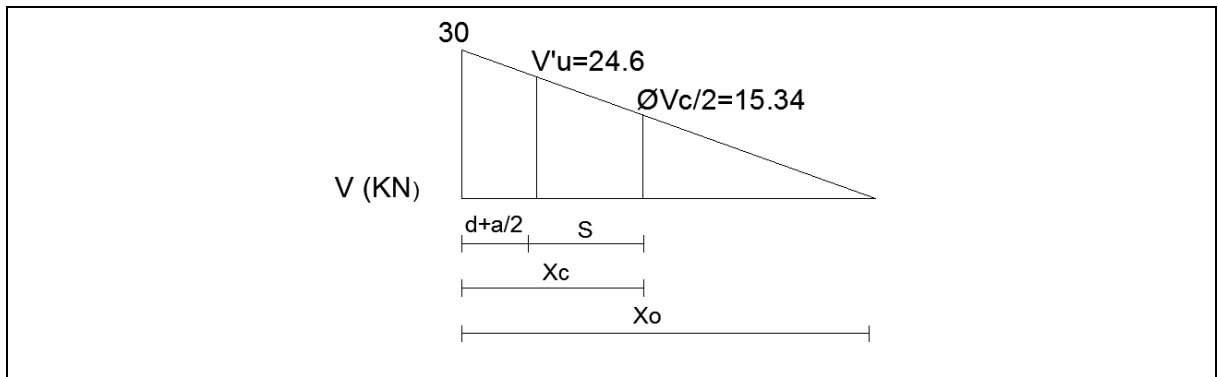


Figura 6.7.1-9 Ubicación de esfuerzos cortantes viga A

$$X_c = \frac{V - \emptyset V_c/2}{w_u} = \frac{30 - 15.34}{15} = 0.98m = 980mm$$

$$S = X_c - \left(d + \frac{a}{2}\right) = 80 - 320 = 660mm$$

para $A_v = 71 \text{ mm}^2$ (estribo con barras # 3), se determina el espaciamiento “s”

$$s = \frac{A_v * f_{yt}}{0.35 * b_w} = \frac{2 * 71 * 280}{0.35 * 250} = 454 \text{ mm}$$

Para estribos con barras # 3 →

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S}{s} + 1 = \frac{660}{454} + 1 = 2.45 \approx 3 \text{ e}$$

Al final se requieren **3 e # 3 @330**

Viga B

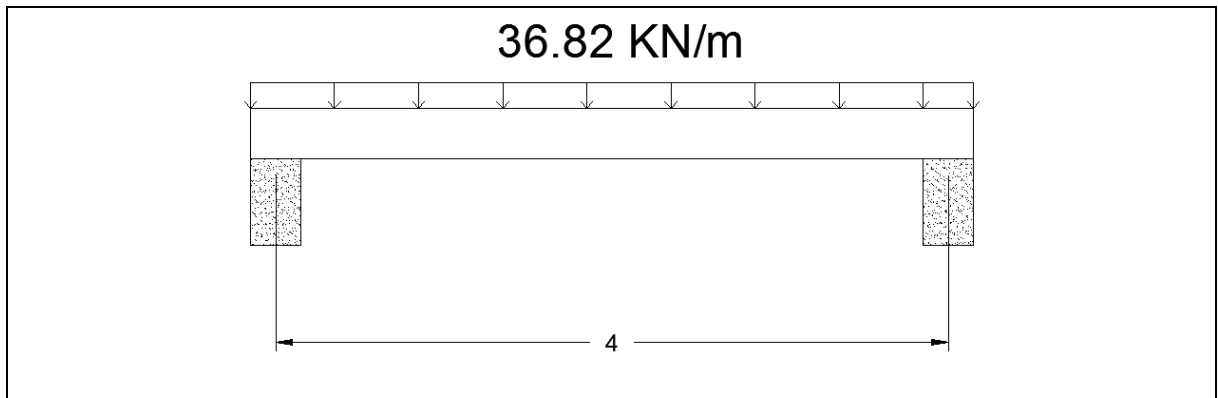


Figura 6.7.1-10 Tipo Viga B

$$W_u = R_b/S_o + \text{Peso Propio} = 17.33 / 0.50 + (0.30 \times 0.30 \times 24)$$

$$W_u = 36.82 \text{ KN/m}$$

Análisis Estructural:

$$R_1 = R_2 = \frac{W_u L}{2} = \frac{36.82 \times 4}{2} = 73.64 \text{ KN}$$

$$M_{u+} = \frac{W_u L^2}{8} = \frac{36.82 \times 16}{8} = 73.64 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Diseño a flexión

Debido al aumento de carga se debió incrementar las dimensiones de la sección para ajustar el valor de la deformación unitaria y verificar que este controlada a tracción, entonces:

para $b = 300 \text{ mm}$; $h = 300 \text{ mm}$

$$(+)\mathbf{M}'_u = \mathbf{M}_n \rightarrow \mathbf{\phi M}^+_n = 73.64 \text{ KN} \cdot \text{m} \rightarrow \mathbf{d = h - 40mm = 260mm}$$

$$R_n = \frac{\phi M_n}{b d^2} = \frac{(73.64 \times 10^6) / 0.9}{300 * 260^2} = 4.043462 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene: $\omega = 0.22093$

Se determina el área de acero necesaria:

$$A_s = \frac{\omega * b * d * f'_c}{f_y} = \frac{0.22093 * 300 * 260 * 21}{420} = \mathbf{861.62 \text{ mm}^2}$$

Lo que se suministra con **5 barras # 5 (995 mm²)**

Para esta área de acero se calcula la deformación:

$$a = \frac{995 * 420}{0.85 * 21 * 300} = 78.04 \text{ mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{78.04}{0.85} = 91.81 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(360 - 91.81)}{91.81} = \mathbf{0.00549}$$

Lo que sigue estando controlado por la tracción. → **Ok**

Diseño a cortante

$$\phi V_n > V_u \rightarrow V_u = V_c + V_s$$

$$V_c = 0.17\lambda \sqrt{f'_c} b d$$

$$V_c = 0.17 \times 1.0 \sqrt{21} \times 300 \times 260 \times 10^{-3} = 60.76 \text{ KN}$$

$$\phi V_c = \mathbf{0.75 \times 60.76 \text{ KN} = 45.57 \text{ KN}}$$

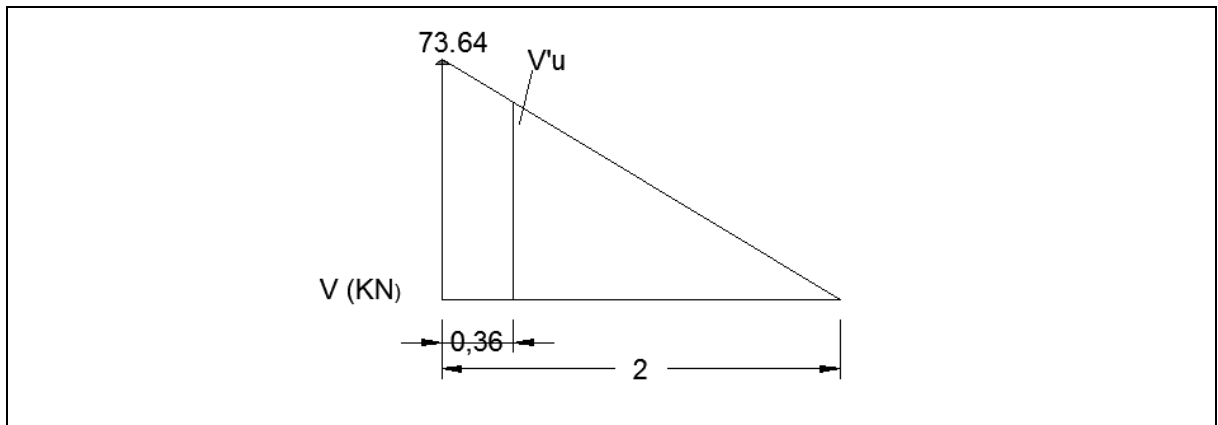


Figura 6.7.1-11 Gráfico cortante viga B

$$\rightarrow 73.64/2 = V'u/(2 - (d + a/2)) \rightarrow d + a/2 = 0.25 + 0.075 = 0.325\text{m}$$

$$V'u = 61.67 \text{ KN}$$

$$V'u > \phi V_c *$$

* Requiere refuerzo a cortante, entonces:

$$V_s = V'u - \phi V_c = 61.67 - 45.57 = 16.1 \text{ KN}$$

$$S_{min} = (A_v * f_y * d)/V_s = (2 * 71 * 280 * 260)/16100 = 642 \text{ mm}^*$$

* Sin embargo la NSR-10, **C.11.4.5.1** — El espaciamiento del refuerzo de cortante colocado perpendicularmente al eje del elemento no debe exceder de **$d/2$** en elementos de concreto no preesforzado, de **$0.75h$** en elementos preesforzados, ni de 600 mm, cual sea menor. Entonces:

$$S_{max} = d/2 = 260/2 = \mathbf{130 \text{ mm}}$$

Para el refuerzo necesario en la zona donde $V_u > 0.5\phi V_c$, debe colocarse el refuerzo mínimo según:

$$Av_{min} = 0.062\sqrt{f'c} \frac{bw \cdot s}{f_{yt}}$$

Para $f'c = 21$ MPa, rige la ecuación $Av_{min} = 0.35bw \cdot s/f_{yt}$ y por tal razón para $Av = 71$ mm² (estribo con barras # 3), se determina el espaciamiento “s”

$$s = \frac{Av \cdot f_{yt}}{0.35 \cdot bw} = \frac{2 \cdot 71 \cdot 280}{0.35 \cdot 300} = 379 \text{ mm}$$

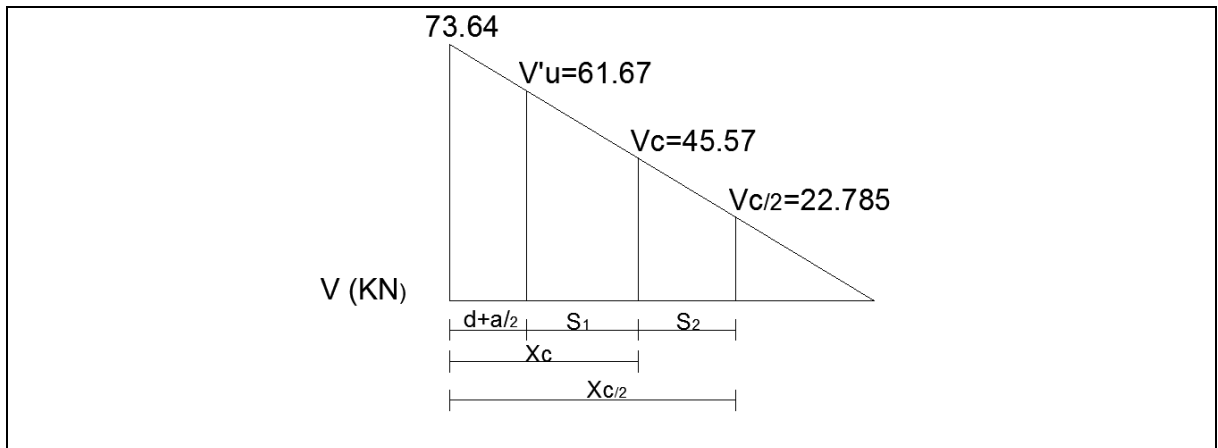


Figura 6.7.1-12 Ubicación de esfuerzos cortantes viga B

El valor de “S1” estará dado por la distancia en la viga que va desde “V’u” hasta “ØVc”, el cual para este ejercicio:

$$X_c = \frac{V - \emptyset V_c}{w_u} = \frac{73.64 - 45.57}{36.82} = 0.762m = 762mm$$

$$S_1 = X_c - \left(d + \frac{a}{2}\right) = 762 - 360 = 402mm$$

Para estribos con barras # 3 →

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S_1}{s} + 1 = \frac{402}{130} + 1 = 4.09 \approx 5 \text{ e}$$

Al final se requieren **5 e # 3 @100.5**

El valor de “S2” estará dado por la distancia en la viga que va desde “V’u” hasta “ØVc/2”, el cual para este ejercicio:

$$X_{c/2} = \frac{V - \emptyset V_c/2}{wu} = \frac{73.64 - 22.785}{36.82} = 1.381m = 1381mm$$

$$S_2 = X_{c/2} - S_1 - \left(d + \frac{a}{2}\right) = 1381 - 402 - 360 = 619mm$$

Para estribos con barras # 3 →

$$\# \text{ de estribos} = \frac{S_2}{s} + 1 = \frac{619}{379} + 1 = 2.63 \approx 3 \text{ e}$$

Al final se requieren **3 e # 3 @309.5**

Refuerzo de loseta

Por construcción se ubica acero por retracción y temperatura; la cuantía dada por:

$$\rho = 0.0018$$

$$A_s = 0.0018 \times 1000 \times 30 = \mathbf{54 \text{ mm}^2/\text{m}}$$

Equivalente a una malla de refuerzo con barras N° 2 separadas cada 30 cm en ambas direcciones.

2. Diseño de una escalera para edificio de oficinas teniendo en cuenta las dimensiones dadas. (Unidades en mm)

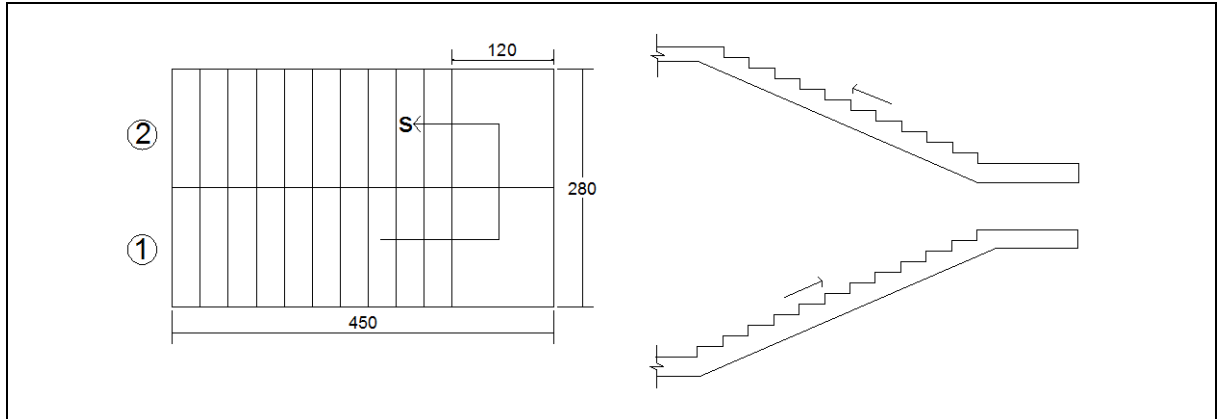


Figura 6.7.2-1 Escalera tipo

Debido a que la escalera tiene una luz 4.50 m y esta apoyada en dos de sus lados se puede diseñarse como una losa maciza en una dirección. En primer lugar se determinan sus dimensiones según especificaciones de la NSR-10, el cual en el título K habla de especificaciones mínimas para escaleras:

K.3.8.3.3 — Ancho mínimo — Las escaleras con carga de ocupación superior a 50 personas, deben tener ancho mínimo de 1.20 m; cuando la carga de ocupación sea inferior a 50, dicho ancho mínimo puede reducirse a 900 mm. Las escaleras en el interior de las viviendas deberán tener un ancho mínimo de 90 cm. Las escaleras de uso público deberán tener un ancho mínimo de 120cm. Si la separación de los pasamanos a la pared supera 50 mm, el ancho de la escalera debe incrementarse en igual magnitud.

Para este caso $1.40\text{m} > 1.20\text{m} \rightarrow \text{OK cumple}$

Para el espesor de la losa considerando la tabla C.9.5 de la Norma con apoyo simple tenemos:

$$e = \frac{l}{20} = \frac{4.5}{20} = 0.225\text{m}$$

En las dimensiones de la huella y contrahuella para los escalones de la escalera, tenemos en cuenta lo que indica la Norma en:

K.3.8.3.4 — Huella y contrahuella — *La huella y contrahuella de las escaleras interiores deben cumplir los requisitos de la NTC 4145 Accesibilidad de la Personas al Medio Físico. Edificios, escaleras, y NTC 4140 Accesibilidad de las Personas al Medio Físico. Edificios, pasillos, corredores y demás requisitos de la NTC 4140 que apliquen así:*

(a) El ancho mínimo de huella, sin incluir proyecciones, debe ser de 280 mm y la diferencia entre la huella más ancha y la más angosta, en un trayecto de escaleras, no debe llegar a los 20 mm.

(b) La altura de la contrahuella no debe ser menor de 100 mm ni mayor de 180 mm y la diferencia entre la contrahuella más alta y la más baja, en un trayecto de escaleras, mantenerse por debajo de 20 mm.

Para condiciones en este ejercicio se determina:

$$\text{Huella} = 30\text{cm} > 28\text{cm}$$

Para dimensionar la contrahuella se determina el # de huellas y con la altura total de la escalera se tiene:

$$\frac{le}{lh} = \frac{3.30\text{m}}{0.3\text{m}} = 11 \text{ huellas}$$

$$\rightarrow \# \text{ Contrahuellas} = \# \text{ Huellas} + 1 = 11 + 1 = 12$$

Después...

$$\frac{h}{\#Co - huellas} = \frac{1.50\text{m}}{12} = 0.125\text{m}$$

Se verifica que cumple:

$$12.5\text{cm} > 10\text{cm} \quad \text{y} \quad 12.5\text{cm} < 18\text{cm} \quad \rightarrow \quad \text{OK}$$

La pendiente de la escalera esta dada por:

$$\text{Tan}\alpha = 12.5/30 = 0.4167$$

$$\boxed{\alpha = 22.62^\circ}$$

Con las dimensiones ya determinadas procedemos al análisis de carga y el posterior diseño:

Análisis de carga:

Tramo Inclinado

Peso propio:

$$\text{Losa } (0.225 \times 24) / \cos \alpha = 5.85 \text{ KN/m}^2$$

$$\text{Peldaño } [(0.3 \times 0.125) / 2] \times 24 / 0.3 = 1.50 \text{ KN/m}^2$$

$$\text{Acabado en granito } (0.04 \times (0.125 + 0.3) \times 22) / 0.3 = 1.25 \text{ KN/m}^2$$

$$\text{Pañete inferior } (0.02 \times 21) / \cos \alpha = \underline{0.38 \text{ KN/m}^2}$$

$$\text{Carga muerta} = 8.98 \text{ KN/m}^2$$

Carga Viva (B.4.2.1-1)

$$\text{Oficinas} = 3.0 \text{ KN/m}^2$$

$$\text{Carga de diseño:} = \mathbf{11.98 \text{ KN/m}^2}$$

$$\text{Carga mayorada: } \mathbf{1.2D + 1.6L} = \mathbf{15.576 \text{ KN/m}^2}$$

Tramo descanso

Peso propio:

$$\text{Losa } (0.225 \times 24) = 5.40 \text{ KN/m}^2$$

$$\text{Acabado en granito } (0.04 \times 22) = 0.88 \text{ KN/m}^2$$

$$\text{Pañete inferior } (0.02 \times 21) = \underline{0.38 \text{ KN/m}^2}$$

Carga muerta $= 6.66 \text{ KN/m}^2$

Carga Viva (B.4.2.1-1)

Oficinas $= 3.0 \text{ KN/m}^2$

Carga de diseño: $= 9.66 \text{ KN/m}^2$

Carga mayorada: $1.2D + 1.6L = 12.792 \text{ KN/m}^2$

DISEÑO.

Después de un análisis estructural considerando la losa con un metro de ancho se obtiene:

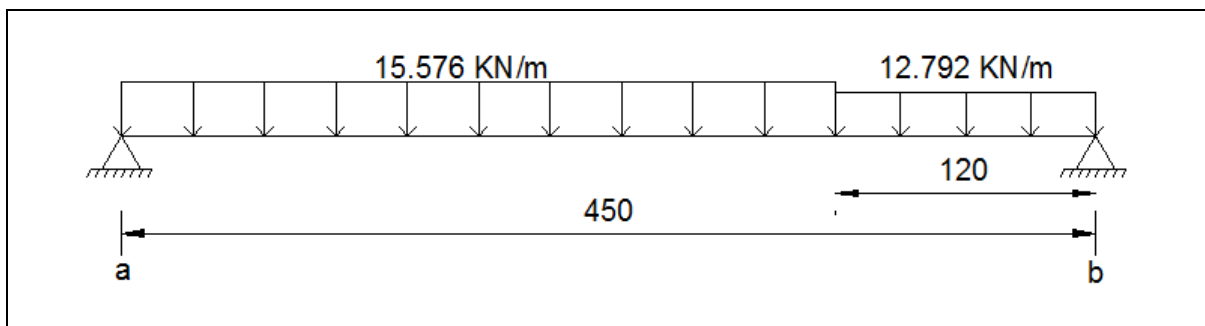


Figura 6.7.2-2 Diagrama de cuerpo libre, carga mayorada.

$R_a = 34.60 \text{ KN}$

$R_b = 32.15 \text{ KN}$

Ecuaciones de cortante y momento:

$V = -15.576x + 34.60 \rightarrow V = 0; x = 2.22\text{m}$

$M = -7.788x^2 + 34.60x \rightarrow x = 2.22\text{m}; M^+_{\text{max}} = 38.43 \text{ KN}\cdot\text{m}$

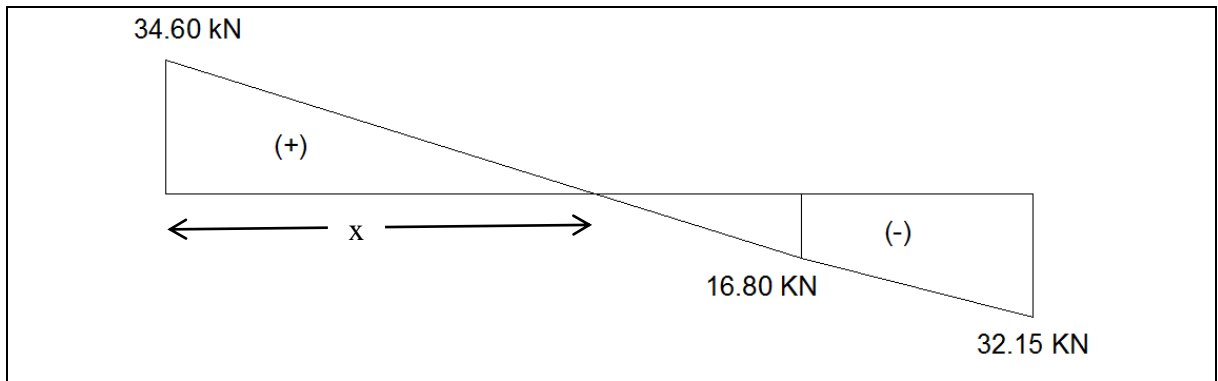


Figura 6.7.2-3 Diagrama de cortante.

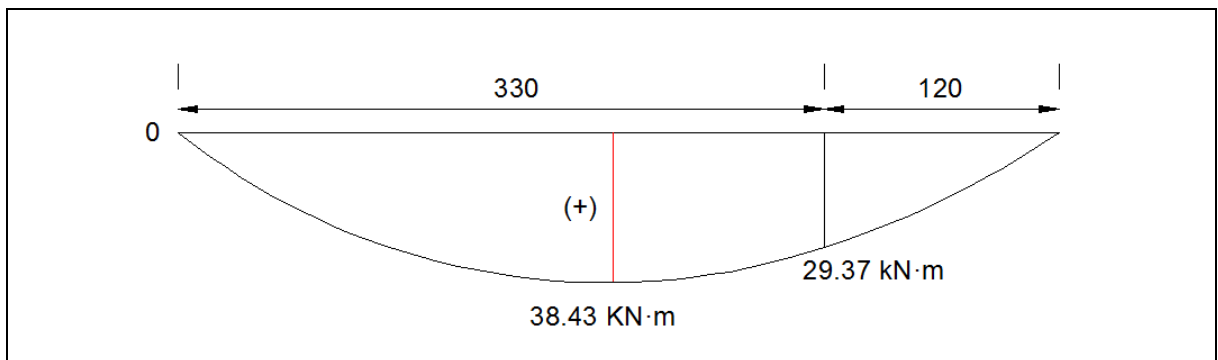


Figura 6.7.2-4 Diagrama de momento flector

$$M'u = \phi M_n$$

Entonces para determinar la cantidad de acero usando $M_n = 38430000 \text{ N}\cdot\text{mm}$; $f_y = 420 \text{ MPa}$; $f'_c = 21 \text{ MPa}$, $d = 180 \text{ mm}$ y $b = 1000 \text{ mm}$, tenemos:

$$\phi M_n = A_s f_y \cdot \left(d - \frac{A_s f_y}{2 * 0.85 * f'_c * b} \right)$$

$$\frac{M'u}{\phi} = A_s f_y \cdot \left(d - \frac{A_s f_y}{2 * 0.85 * f'_c * b} \right)$$

$$\frac{38.43 * 10^6}{0.9} = A_s * 420 \cdot \left(180 - \frac{A_s * 420}{2 * 0.85 * 21 * 1000} \right)$$

$$42.7 * 10^6 = 420A_s \cdot (180 - 0.0118A_s)$$

$$42.7 * 10^6 = 75600A_s - 4.941A_s^2$$

Resolviendo con la ecuación cuadrática, siendo $a=4.941$, $b= -75600$, $c=42.7 \times 10^6$, se obtiene:

$$A_s = 587.36 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Con este valor debe verificarse deformaciones en el acero para comprobar que el diseño este controlado por la tracción. Para ello:

En primer lugar se determina la profundidad del bloque de compresión:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c \cdot d} = \frac{587.36 * 420}{0.85 * 21 * 180} = 13.82 \text{ mm}$$

Con esto la profundidad del eje neutro:

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{13.82}{0.85} = 16.26 \text{ mm}$$

Y finalmente la deformación unitaria estará dado por

$$\epsilon_s = 0.003 * \frac{(d - c)}{c} = 0.003 * \frac{(180 - 16.26)}{16.26}$$

$\epsilon_s = 0.03021$ → Lo que es mucho mayor que la deformación unitaria de 0.005, lo que indica que se encuentra controlado por la tracción. Se verifica con el área de acero mínima:

$$A_{s_{min}} = \frac{0.25\sqrt{f'_c}}{f_y} \cdot b_w d \geq 1.4b_w d / f_y$$

Para este ejercicio con $f'_c = 21$ MPa rige $1.4b_w d / f_y$, entonces:

$$A_{s_{min}} = \frac{1.4 * 1000 * 180}{420} = 600 \text{ mm}^2$$

$A_s < A_{s_{min}} \rightarrow$ Por tal razón rige la cantidad de acero mínima. Suministrado por **5 Ø # 4 / m (645mm²)**.

Para el refuerzo transversal se diseña con cuantía de 0.0018 por retracción de fraguado según condiciones de NSR:

$$A_s = 0.0018 \times 100 \times 18 = 3.24 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \boxed{3 \text{ barras N}^\circ 4 / \text{m} (387\text{mm}^2/\text{m})}$$

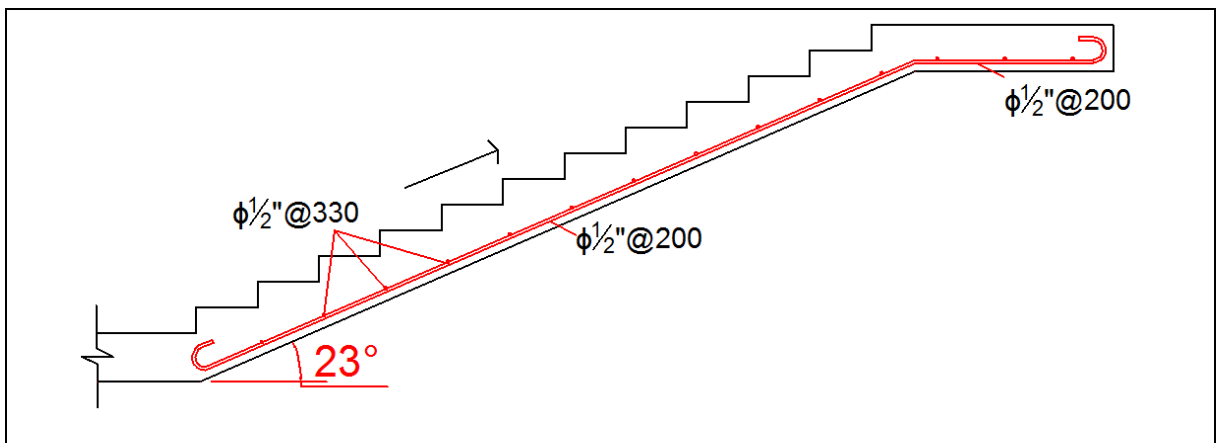


Figura 6.7.2-5 Despiece final escalera

ANEXO B:

TABLAS COEFICIENTES DE RESISTENCIA A LA FLEXIÓN “Rn” DE SECCIONES RECTANGULARES CON REFUERZO A LA TRACCIÓN

Tabla B.1

f'c(Mpa) =	21	fy(Mpa) =	420	β1=	0,85
wmax=	0,27115	wmin=	0,0666667	Ø=	0,9

Valores de ω, según Rn

ω	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,00	0,0000	0,0210	0,0420	0,0629	0,0838	0,1047	0,1256	0,1464	0,1672	0,1880
0,01	0,2100	0,2295	0,2502	0,2709	0,2916	0,3122	0,3328	0,3534	0,3740	0,3945
0,02	0,4200	0,4355	0,4560	0,4764	0,4969	0,5173	0,5376	0,5580	0,5783	0,5986
0,03	0,6300	0,6391	0,6593	0,6795	0,6997	0,7198	0,7399	0,7600	0,7801	0,8002
0,04	0,8400	0,8402	0,8601	0,8801	0,9000	0,9199	0,9398	0,9596	0,9795	0,9993
0,05	1,0500	1,0388	1,0585	1,0782	1,0979	1,1175	1,1371	1,1567	1,1763	1,1959
0,06	1,2600	1,2349	1,2544	1,2738	1,2933	1,3127	1,3320	1,3514	1,3707	1,3900
0,07	1,4700	1,4285	1,4478	1,4670	1,4862	1,5053	1,5244	1,5435	1,5626	1,5817
0,08	1,6800	1,6197	1,6387	1,6576	1,6766	1,6955	1,7144	1,7332	1,7521	1,7709
0,09	1,8900	1,8084	1,8271	1,8458	1,8645	1,8832	1,9018	1,9204	1,9390	1,9576
0,10	2,1000	1,9946	2,0131	2,0316	2,0500	2,0684	2,0868	2,1051	2,1235	2,1418
0,11	2,3100	2,1783	2,1966	2,2148	2,2330	2,2511	2,2693	2,2874	2,3055	2,3235
0,12	2,5200	2,3596	2,3776	2,3956	2,4135	2,4314	2,4493	2,4672	2,4850	2,5028
0,13	2,7300	2,5384	2,5561	2,5738	2,5915	2,6092	2,6268	2,6445	2,6620	2,6796
0,14	2,9400	2,7147	2,7322	2,7496	2,7671	2,7845	2,8019	2,8193	2,8366	2,8539
0,15	3,1500	2,8885	2,9057	2,9230	2,9402	2,9573	2,9745	2,9916	3,0087	3,0258
0,16	3,3600	3,0598	3,0768	3,0938	3,1108	3,1277	3,1446	3,1615	3,1783	3,1951
0,17	3,5700	3,2287	3,2455	3,2622	3,2789	3,2956	3,3122	3,3288	3,3454	3,3620
0,18	3,7800	3,3951	3,4116	3,4281	3,4445	3,4610	3,4774	3,4937	3,5101	3,5264
0,19	3,9900	3,5590	3,5753	3,5915	3,6077	3,6239	3,6400	3,6562	3,6723	3,6883
0,20	4,2000	3,7204	3,7364	3,7524	3,7684	3,7843	3,8002	3,8161	3,8320	3,8478
0,21	4,4100	3,8794	3,8951	3,9109	3,9266	3,9423	3,9579	3,9736	3,9892	4,0048
0,22	4,6200	4,0359	4,0514	4,0669	4,0823	4,0978	4,1132	4,1286	4,1439	4,1593
0,23	4,8300	4,1899	4,2051	4,2204	4,2356	4,2508	4,2659	4,2811	4,2962	4,3113
0,24	5,0400	4,3414	4,3564	4,3714	4,3863	4,4013	4,4162	4,4311	4,4460	4,4608
0,25	5,2500	4,4904	4,5052	4,5199	4,5346	4,5493	4,5640	4,5787	4,5933	4,6079
0,26	5,4600	4,6370	4,6515	4,6660	4,6805	4,6949	4,7093	4,7237	4,7381	4,7524
0,27	5,6700	4,7811	4,7953	4,8096	4,8238	4,8380	4,8522	4,8663	4,8805	4,8946
0,28	5,8800	4,9227	4,9367	4,9507	4,9647	4,9786	4,9925	5,0064	5,0203	5,0342
0,29	6,0900	5,0618	5,0756	5,0893	5,1031	5,1168	5,1304	5,1441	5,1577	5,1713
0,30	6,3000	5,1985	5,2120	5,2255	5,2390	5,2524	5,2658	5,2793	5,2926	5,3060

$$Rn = w(1 - 0.59w)f'c$$

Para el diseño: Usando el momento mayorado Mu; ingresar en la tabla con $Rn = \frac{Mu}{\phi b d^2}$,

hallar ω y determinar el As.

$$As = \frac{\omega * b * d * f'c}{fy}$$

Para la investigación: Ingresar a la tabla con $\omega = \frac{Asfy}{bdf'c}$, hallar Rn y resolver para la resistencia nominal Mn.

Tabla B.2

f'c(Mpa) =	24	fy(Mpa) =	420	β1=	0,85
wmax=	0,27115	wmin=	0,05833333	Ø=	0,9

Valores de ω , según Rn

ω	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,00	0,0000	0,0240	0,0479	0,0719	0,0958	0,1196	0,1435	0,1673	0,1911	0,2149
0,01	0,2400	0,2623	0,2860	0,3096	0,3332	0,3568	0,3804	0,4039	0,4274	0,4509
0,02	0,4800	0,4978	0,5211	0,5445	0,5678	0,5912	0,6144	0,6377	0,6609	0,6841
0,03	0,7200	0,7304	0,7535	0,7766	0,7996	0,8227	0,8456	0,8686	0,8916	0,9145
0,04	0,9600	0,9602	0,9830	1,0058	1,0286	1,0513	1,0740	1,0967	1,1194	1,1420
0,05	1,2000	1,1872	1,2097	1,2322	1,2547	1,2772	1,2996	1,3220	1,3444	1,3667
0,06	1,4400	1,4113	1,4336	1,4558	1,4780	1,5002	1,5223	1,5444	1,5665	1,5886
0,07	1,6800	1,6326	1,6546	1,6765	1,6985	1,7204	1,7422	1,7640	1,7859	1,8076
0,08	1,9200	1,8511	1,8728	1,8945	1,9161	1,9377	1,9593	1,9808	2,0023	2,0238
0,09	2,1600	2,0667	2,0881	2,1095	2,1309	2,1522	2,1735	2,1948	2,2160	2,2372
0,10	2,4000	2,2796	2,3007	2,3218	2,3428	2,3639	2,3849	2,4059	2,4268	2,4478
0,11	2,6400	2,4895	2,5104	2,5312	2,5520	2,5727	2,5935	2,6142	2,6348	2,6555
0,12	2,8800	2,6967	2,7172	2,7378	2,7583	2,7788	2,7992	2,8196	2,8400	2,8604
0,13	3,1200	2,9010	2,9213	2,9415	2,9617	2,9819	3,0021	3,0222	3,0423	3,0624
0,14	3,3600	3,1025	3,1225	3,1424	3,1624	3,1823	3,2022	3,2220	3,2418	3,2616
0,15	3,6000	3,3011	3,3208	3,3405	3,3602	3,3798	3,3994	3,4190	3,4385	3,4580
0,16	3,8400	3,4970	3,5164	3,5358	3,5552	3,5745	3,5938	3,6131	3,6323	3,6516
0,17	4,0800	3,6899	3,7091	3,7282	3,7473	3,7664	3,7854	3,8044	3,8234	3,8423
0,18	4,3200	3,8801	3,8990	3,9178	3,9366	3,9554	3,9741	3,9928	4,0115	4,0302
0,19	4,5600	4,0674	4,0860	4,1046	4,1231	4,1416	4,1600	4,1785	4,1969	4,2152
0,20	4,8000	4,2519	4,2702	4,2885	4,3067	4,3249	4,3431	4,3613	4,3794	4,3975
0,21	5,0400	4,4336	4,4516	4,4696	4,4875	4,5055	4,5234	4,5412	4,5591	4,5769
0,22	5,2800	4,6124	4,6301	4,6478	4,6655	4,6832	4,7008	4,7183	4,7359	4,7534
0,23	5,5200	4,7884	4,8059	4,8233	4,8407	4,8580	4,8753	4,8926	4,9099	4,9272
0,24	5,7600	4,9616	4,9787	4,9959	5,0130	5,0300	5,0471	5,0641	5,0811	5,0981
0,25	6,0000	5,1319	5,1488	5,1656	5,1825	5,1992	5,2160	5,2327	5,2495	5,2661
0,26	6,2400	5,2994	5,3160	5,3326	5,3491	5,3656	5,3821	5,3985	5,4150	5,4314
0,27	6,4800	5,4641	5,4804	5,4967	5,5129	5,5292	5,5453	5,5615	5,5777	5,5938
0,28	6,7200	5,6259	5,6419	5,6579	5,6739	5,6899	5,7058	5,7217	5,7375	5,7533
0,29	6,9600	5,7849	5,8007	5,8164	5,8321	5,8477	5,8634	5,8790	5,8945	5,9101
0,30	7,2000	5,9411	5,9566	5,9720	5,9874	6,0028	6,0181	6,0334	6,0487	6,0640

Tabla B.3

f'c(Mpa) =	28	fy(Mpa) =	420	β1=	0,85
wmax=	0,27115	wmin=	0,05	Ø=	0,9

Valores de ω, según Rn

ω	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,00	0,0000	0,0280	0,0559	0,0839	0,1117	0,1396	0,1674	0,1952	0,2229	0,2507
0,01	0,2800	0,3060	0,3336	0,3612	0,3888	0,4163	0,4438	0,4712	0,4986	0,5260
0,02	0,5600	0,5807	0,6080	0,6353	0,6625	0,6897	0,7168	0,7440	0,7710	0,7981
0,03	0,8400	0,8521	0,8791	0,9060	0,9329	0,9598	0,9866	1,0134	1,0401	1,0669
0,04	1,1200	1,1202	1,1469	1,1735	1,2000	1,2265	1,2530	1,2795	1,3059	1,3323
0,05	1,4000	1,3850	1,4113	1,4376	1,4638	1,4900	1,5162	1,5423	1,5684	1,5945
0,06	1,6800	1,6465	1,6725	1,6984	1,7243	1,7502	1,7760	1,8018	1,8276	1,8533
0,07	1,9600	1,9047	1,9304	1,9560	1,9815	2,0071	2,0326	2,0581	2,0835	2,1089
0,08	2,2400	2,1596	2,1849	2,2102	2,2354	2,2606	2,2858	2,3110	2,3361	2,3611
0,09	2,5200	2,4112	2,4362	2,4611	2,4860	2,5109	2,5358	2,5606	2,5853	2,6101
0,10	2,8000	2,6595	2,6841	2,7087	2,7333	2,7579	2,7824	2,8069	2,8313	2,8557
0,11	3,0800	2,9045	2,9288	2,9531	2,9773	3,0015	3,0257	3,0499	3,0740	3,0981
0,12	3,3600	3,1461	3,1701	3,1941	3,2180	3,2419	3,2657	3,2895	3,3133	3,3371
0,13	3,6400	3,3845	3,4082	3,4318	3,4554	3,4789	3,5024	3,5259	3,5494	3,5728
0,14	3,9200	3,6196	3,6429	3,6662	3,6894	3,7127	3,7359	3,7590	3,7821	3,8052
0,15	4,2000	3,8513	3,8743	3,8973	3,9202	3,9431	3,9660	3,9888	4,0116	4,0344
0,16	4,4800	4,0798	4,1024	4,1251	4,1477	4,1702	4,1928	4,2153	4,2377	4,2602
0,17	4,7600	4,3049	4,3273	4,3496	4,3718	4,3941	4,4163	4,4384	4,4606	4,4827
0,18	5,0400	4,5268	4,5488	4,5708	4,5927	4,6146	4,6365	4,6583	4,6801	4,7019
0,19	5,3200	4,7453	4,7670	4,7886	4,8103	4,8318	4,8534	4,8749	4,8963	4,9178
0,20	5,6000	4,9606	4,9819	5,0032	5,0245	5,0457	5,0670	5,0881	5,1093	5,1304
0,21	5,8800	5,1725	5,1935	5,2145	5,2355	5,2564	5,2772	5,2981	5,3189	5,3397
0,22	6,1600	5,3811	5,4018	5,4225	5,4431	5,4637	5,4842	5,5047	5,5252	5,5457
0,23	6,4400	5,5865	5,6068	5,6271	5,6474	5,6677	5,6879	5,7081	5,7282	5,7484
0,24	6,7200	5,7885	5,8085	5,8285	5,8485	5,8684	5,8883	5,9081	5,9280	5,9477
0,25	7,0000	5,9872	6,0069	6,0266	6,0462	6,0658	6,0853	6,1049	6,1244	6,1438
0,26	7,2800	6,1826	6,2020	6,2213	6,2406	6,2599	6,2791	6,2983	6,3175	6,3366
0,27	7,5600	6,3748	6,3938	6,4128	6,4317	6,4507	6,4696	6,4884	6,5073	6,5261
0,28	7,8400	6,5636	6,5823	6,6009	6,6196	6,6382	6,6567	6,6753	6,6938	6,7122
0,29	8,1200	6,7491	6,7674	6,7858	6,8041	6,8223	6,8406	6,8588	6,8770	6,8951
0,30	8,4000	6,9313	6,9493	6,9673	6,9853	7,0032	7,0211	7,0390	7,0568	7,0747

Tabla B.4

f'c(Mpa) =	35	fy(Mpa) =	420	β1=	0,8
wmax=	0,2552	wmin=	0,04225771	Ø=	0,9

Valores de ω , según Rn

ω	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,00	0,0000	0,0350	0,0699	0,1048	0,1397	0,1745	0,2093	0,2440	0,2787	0,3133
0,01	0,3500	0,3825	0,4170	0,4515	0,4860	0,5204	0,5547	0,5890	0,6233	0,6575
0,02	0,7000	0,7259	0,7600	0,7941	0,8281	0,8621	0,8960	0,9299	0,9638	0,9976
0,03	1,0500	1,0652	1,0989	1,1325	1,1661	1,1997	1,2332	1,2667	1,3002	1,3336
0,04	1,4000	1,4003	1,4336	1,4668	1,5000	1,5332	1,5663	1,5994	1,6324	1,6654
0,05	1,7500	1,7313	1,7642	1,7970	1,8298	1,8625	1,8952	1,9279	1,9605	1,9931
0,06	2,1000	2,0582	2,0906	2,1230	2,1554	2,1878	2,2200	2,2523	2,2845	2,3167
0,07	2,4500	2,3809	2,4130	2,4450	2,4769	2,5088	2,5407	2,5726	2,6044	2,6361
0,08	2,8000	2,6995	2,7311	2,7627	2,7943	2,8258	2,8573	2,8887	2,9201	2,9514
0,09	3,1500	3,0140	3,0452	3,0764	3,1075	3,1386	3,1697	3,2007	3,2317	3,2626
0,10	3,5000	3,3243	3,3552	3,3859	3,4166	3,4473	3,4780	3,5086	3,5391	3,5697
0,11	3,8500	3,6306	3,6610	3,6913	3,7216	3,7519	3,7821	3,8123	3,8425	3,8726
0,12	4,2000	3,9327	3,9626	3,9926	4,0225	4,0523	4,0822	4,1119	4,1417	4,1714
0,13	4,5500	4,2306	4,2602	4,2897	4,3192	4,3487	4,3781	4,4074	4,4367	4,4660
0,14	4,9000	4,5245	4,5536	4,5827	4,6118	4,6408	4,6698	4,6988	4,7277	4,7565
0,15	5,2500	4,8142	4,8429	4,8716	4,9003	4,9289	4,9575	4,9860	5,0145	5,0429
0,16	5,6000	5,0997	5,1281	5,1564	5,1846	5,2128	5,2410	5,2691	5,2972	5,3252
0,17	5,9500	5,3812	5,4091	5,4370	5,4648	5,4926	5,5203	5,5481	5,5757	5,6034
0,18	6,3000	5,6585	5,6860	5,7135	5,7409	5,7683	5,7956	5,8229	5,8501	5,8774
0,19	6,6500	5,9317	5,9588	5,9858	6,0128	6,0398	6,0667	6,0936	6,1204	6,1472
0,20	7,0000	6,2007	6,2274	6,2540	6,2806	6,3072	6,3337	6,3602	6,3866	6,4130
0,21	7,3500	6,4656	6,4919	6,5181	6,5443	6,5705	6,5966	6,6226	6,6486	6,6746
0,22	7,7000	6,7264	6,7523	6,7781	6,8039	6,8296	6,8553	6,8809	6,9065	6,9321
0,23	8,0500	6,9831	7,0085	7,0339	7,0593	7,0846	7,1099	7,1351	7,1603	7,1855
0,24	8,4000	7,2356	7,2607	7,2856	7,3106	7,3355	7,3603	7,3852	7,4099	7,4347
0,25	8,7500	7,4840	7,5086	7,5332	7,5577	7,5822	7,6067	7,6311	7,6555	7,6798
0,26	9,1000	7,7283	7,7525	7,7767	7,8008	7,8249	7,8489	7,8729	7,8968	7,9207
0,27	9,4500	7,9684	7,9922	8,0160	8,0397	8,0633	8,0870	8,1105	8,1341	8,1576
0,28	9,8000	8,2045	8,2278	8,2512	8,2745	8,2977	8,3209	8,3441	8,3672	8,3903
0,29	10,1500	8,4363	8,4593	8,4822	8,5051	8,5279	8,5507	8,5735	8,5962	8,6189
0,30	10,5000	8,6641	8,6866	8,7091	8,7316	8,7540	8,7764	8,7988	8,8211	8,8433

Tabla B.5

f'c(Mpa) =	42	fy(Mpa) =	420	β1=	0,75
wmax=	0,23925	wmin=	0,03857584	Ø=	0,9

Valores de ω , según Rn

ω	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,00	0,0000	0,0420	0,0839	0,1258	0,1676	0,2094	0,2511	0,2928	0,3344	0,3760
0,01	0,4200	0,4590	0,5004	0,5418	0,5831	0,6244	0,6657	0,7068	0,7480	0,7891
0,02	0,8400	0,8711	0,9120	0,9529	0,9937	1,0345	1,0752	1,1159	1,1566	1,1972
0,03	1,2600	1,2782	1,3186	1,3590	1,3994	1,4396	1,4799	1,5201	1,5602	1,6003
0,04	1,6800	1,6803	1,7203	1,7602	1,8000	1,8398	1,8796	1,9193	1,9589	1,9985
0,05	2,1000	2,0775	2,1170	2,1564	2,1957	2,2350	2,2743	2,3135	2,3526	2,3917
0,06	2,5200	2,4698	2,5087	2,5476	2,5865	2,6253	2,6641	2,7028	2,7414	2,7800
0,07	2,9400	2,8571	2,8955	2,9339	2,9723	3,0106	3,0489	3,0871	3,1252	3,1633
0,08	3,3600	3,2394	3,2774	3,3153	3,3532	3,3910	3,4287	3,4664	3,5041	3,5417
0,09	3,7800	3,6168	3,6543	3,6917	3,7290	3,7664	3,8036	3,8408	3,8780	3,9151
0,10	4,2000	3,9892	4,0262	4,0631	4,1000	4,1368	4,1736	4,2103	4,2470	4,2836
0,11	4,6200	4,3567	4,3932	4,4296	4,4660	4,5023	4,5386	4,5748	4,6110	4,6471
0,12	5,0400	4,7192	4,7552	4,7911	4,8270	4,8628	4,8986	4,9343	4,9700	5,0056
0,13	5,4600	5,0768	5,1122	5,1477	5,1831	5,2184	5,2537	5,2889	5,3241	5,3592
0,14	5,8800	5,4293	5,4643	5,4993	5,5342	5,5690	5,6038	5,6385	5,6732	5,7079
0,15	6,3000	5,7770	5,8115	5,8459	5,8803	5,9147	5,9490	5,9832	6,0174	6,0515
0,16	6,7200	6,1197	6,1537	6,1876	6,2215	6,2554	6,2892	6,3229	6,3566	6,3903
0,17	7,1400	6,4574	6,4909	6,5244	6,5578	6,5911	6,6244	6,6577	6,6909	6,7240
0,18	7,5600	6,7902	6,8232	6,8561	6,8890	6,9219	6,9547	6,9875	7,0202	7,0528
0,19	7,9800	7,1180	7,1505	7,1830	7,2154	7,2477	7,2801	7,3123	7,3445	7,3767
0,20	8,4000	7,4409	7,4729	7,5048	7,5368	7,5686	7,6004	7,6322	7,6639	7,6956
0,21	8,8200	7,7588	7,7903	7,8218	7,8532	7,8845	7,9159	7,9471	7,9784	8,0095
0,22	9,2400	8,0717	8,1027	8,1337	8,1646	8,1955	8,2263	8,2571	8,2878	8,3185
0,23	9,6600	8,3797	8,4102	8,4407	8,4711	8,5015	8,5319	8,5621	8,5924	8,6225
0,24	10,0800	8,6828	8,7128	8,7428	8,7727	8,8026	8,8324	8,8622	8,8919	8,9216
0,25	10,5000	8,9808	9,0104	9,0399	9,0693	9,0987	9,1280	9,1573	9,1865	9,2157
0,26	10,9200	9,2740	9,3030	9,3320	9,3609	9,3898	9,4187	9,4475	9,4762	9,5049
0,27	11,3400	9,5621	9,5907	9,6192	9,6476	9,6760	9,7044	9,7327	9,7609	9,7891
0,28	11,7600	9,8453	9,8734	9,9014	9,9293	9,9572	9,9851	10,0129	10,0406	10,0683
0,29	12,1800	10,1236	10,1512	10,1787	10,2061	10,2335	10,2609	10,2882	10,3154	10,3426
0,30	12,6000	10,3969	10,4240	10,4510	10,4779	10,5048	10,5317	10,5585	10,5853	10,6120